

Unidad de Aprendizaje N°2:

Ecuación de Continuidad, de Bernoulli y sus aplicaciones.

Aprendizajes Esperados

1. Aplica la ecuación de Bernoulli a sistemas de conducción de fluidos, que utilizan distintos dispositivos.

1. OBJETIVOS.

El objetivo de esta actividad es:

- Aplicar la ecuación de Bernoulli a sistemas de conducción de fluidos, que utilizan distintos dispositivos.

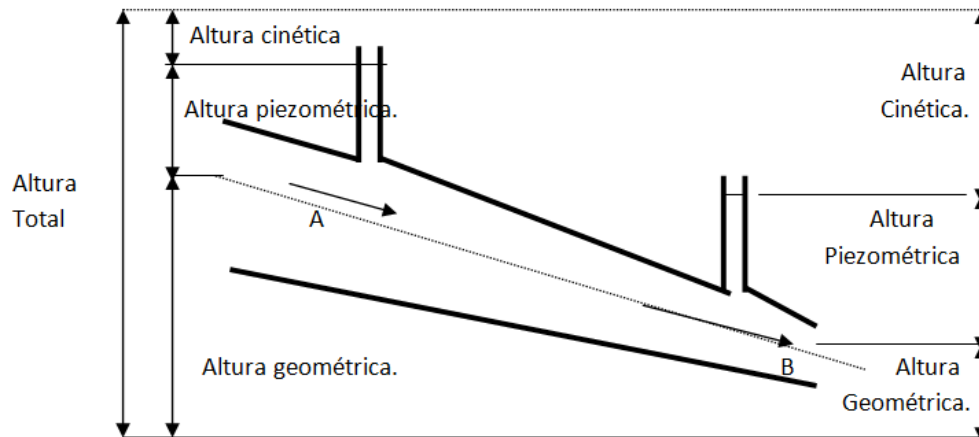
2. ANTECEDENTES GENERALES.

Hace casi 300 años el físico Daniel Bernoulli estableció los principios de un teorema que hasta hoy día resulta fundamental en el cálculo de instalaciones de fluidos en movimiento. Este principio es conocido como teoría de Bernoulli y plantea:

“La energía total de un fluido ideal que circula por un conducto se conserva inalterable al fluir este”

Esto indica que la energía total de un fluido en movimiento se mantiene constante, y se considera un fluido ideal aquel cuya viscosidad y rozamiento son nulos.

Para explicar detalladamente el teorema se expresa el principio a través del siguiente gráfico, que representa un conducto arbitrario por el que circula un determinado fluido con un caudal determinado, en este conducto se colocan dos tubos piezométricos A y B.



La altura total que representa la energía total del fluido, está compuesta por la suma de tres alturas o energías:

$$\text{Altura Total} = \text{Altura Geométrica} + \text{Altura Piezométrica} + \text{Altura Cinética}$$

Altura Geométrica:

La altura geométrica es la distancia desde un punto de referencia, o plano base y el punto de estudio donde se desea analizar el fluido.

Generalmente se representa por la letra Z y representa la energía potencial del fluido.

Se expresa en metros (m).

$$\text{Altura Geométrica} = Z$$

Altura Piezométrica:

Representa la altura que podría alcanzar la columna de agua dependiendo de la presión que posee el fluido, o sea representa la presión del fluido en ese punto.

Se expresa en metros (m).

$$\text{Altura Piezométrica} = \frac{P}{\rho \cdot g} = (m)$$

Esta energía es directamente proporcional a la presión e inversamente proporcional al producto de la densidad por la gravedad.

Altura Cinética:

La altura cinética es proporcional a la altura en metros que alcanzaría un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba con la misma velocidad que tiene un fluido en el punto de estudio.

Y como:

$$C = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Despejando h:

$$h = \frac{C^2}{2 \cdot g}$$

h = Altura cinética expresada en metros.

C = V = Velocidad del fluido en metros por segundo.

G = Gravedad 9,8 metros por segundo al cuadrado.

Por lo que:

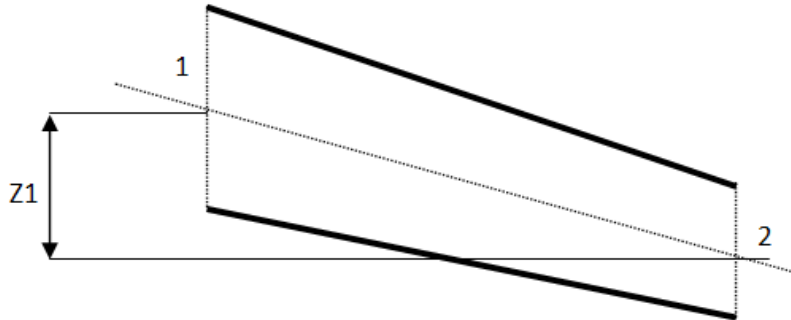
$$\text{Altura Cinética} = \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

La ecuación de Bernoulli entonces se representa:

Altura total = H

$$H = Z + \frac{P}{\rho \cdot g} + \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

Escribiendo la ecuación para la siguiente cañería entre los puntos 1 y 2, tenemos.



De acuerdo a al principio de Bernoulli:

$$H_1 = H_2$$

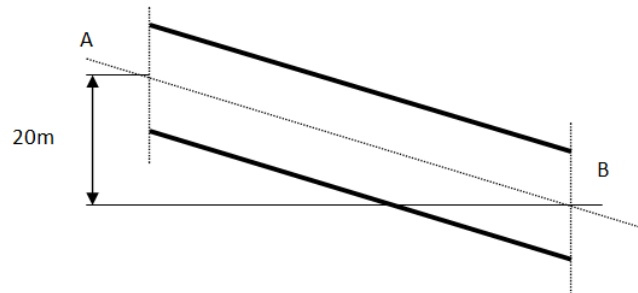
La energía total en el punto 1 o sección 1, tiene que ser igual a la energía total en el punto 2, para que se cumpla el principio de Bernoulli.

Por lo que:

$$Z_1 + \left(\frac{P_1}{\rho \cdot g}\right) + \left(\frac{V_1^2}{2 \cdot g}\right) = Z_2 + \left(\frac{P_2}{\rho \cdot g}\right) + \left(\frac{V_2^2}{2 \cdot g}\right)$$

Ejemplo 1:

En la siguiente tubería, se desea estudiar el punto B del conducto, el cual se conoce esta 20 m por debajo del punto A. Conociendo que la presión en A es 800 000 Pa , se desea determinar la presión en el punto B.



Como la sección de la tubería se mantiene constante, los diámetros en la sección A y B son los mismos, por lo tanto las áreas no varían, y si aplicamos el principio de la Ley de Continuidad antes estudiada tenemos:

$$Q_A = Q_B$$

$$V_A \cdot A_A = V_B \cdot A_B$$

Como los diámetros son iguales, las áreas también serán iguales por lo tanto las velocidades también tienen que ser iguales.

La Ecuación de Bernoulli se plantea:

$$Z_A + \left(\frac{P_A}{\rho \cdot g} \right) + \left(\frac{V_A^2}{2 \cdot g} \right) = Z_B + \left(\frac{P_B}{\rho \cdot g} \right) + \left(\frac{V_B^2}{2 \cdot g} \right)$$

Como las velocidades en la sección A y B, son iguales se eliminan estos miembros de la ecuación, quedando:

$$Z_A + \left(\frac{P_A}{\rho \cdot g} \right) = Z_B + \left(\frac{P_B}{\rho \cdot g} \right)$$

Como el punto B esta en el nivel de referencia o cota cero, la ecuación quedaría:

$$z_A + \left(\frac{P_A}{\rho \cdot g}\right) = \left(\frac{P_B}{\rho \cdot g}\right)$$

Despejando la presión en B tenemos:

$$\left(\frac{P_B}{\rho \cdot g}\right) = \left[z_A + \left(\frac{P_A}{\rho \cdot g}\right)\right]$$

$$P_B = \rho \cdot g \cdot \left[z_A + \left(\frac{P_A}{\rho \cdot g}\right)\right]$$

Sustituyendo los valores:

$$P_B = \left(1000 \text{ Kg}/\text{m}^3\right) \cdot \left(9,8 \text{ m}/\text{s}^2\right) \cdot \left[20 \text{ m} + \left(\frac{800\,000 \text{ Pa}}{1000 \text{ Kg}/\text{m}^3 \cdot 9,8 \text{ m}/\text{s}^2}\right)\right]$$

$$P_B = \left(9800 \text{ N}/\text{m}^3\right) \cdot \left[20 \text{ m} + \left(\frac{800\,000 \text{ Pa}}{9800 \text{ N}/\text{m}^3}\right)\right]$$

Conociendo que:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2 \quad \text{y que} \quad 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N}/\text{m}^2$$

$$P_B = \left(9800 \text{ N}/\text{m}^3\right) \cdot \left[20 \text{ m} + \left(\frac{800\,000 \text{ N}/\text{m}^2}{9800 \text{ N}/\text{m}^3}\right)\right]$$

$$P_B = \left(9800 \frac{N}{m^3}\right) \cdot [(20 \text{ m}) + (81,63 \text{ m})]$$

$$P_B = \left(9800 \frac{N}{m^3}\right) \cdot [(101,63 \text{ m})]$$

$$P_B = \left(995\,974 \frac{N}{m^2}\right) = 995\,974 \text{ Pa}$$

Expresando el resultado en kilo pascales:

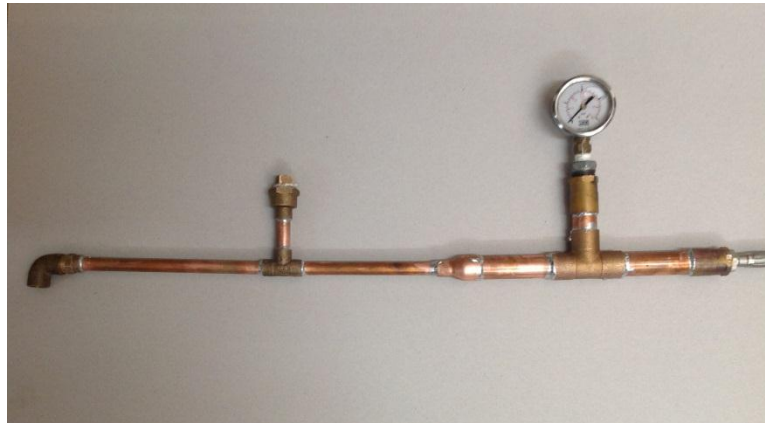
$$P_B = \left(995\,974 \frac{N}{m^2}\right) = 995,9 \text{ KPa}$$

3. DESARROLLO

Determinar las presiones de un líquido empleando la ecuación de Bernoulli.

Procedimiento.

1. Conectar el flexible de la tubería de prueba, a la conexión de agua potable (1/2").
2. Abrir la llave de paso y con el cronómetro, determinar el tiempo que demora en llenarse el balde de 10 L.
3. Determinar el caudal volumétrico, dividiendo el volumen de agua entre el tiempo.
4. Determinar las velocidades en el punto 1 y en el punto 2, conociendo que el diámetro de la primera sección es de 3/4 " y el de la segunda sección es de 3/8".
5. Como los puntos 1 y 2, están al mismo nivel la altura piezométrica del punto 1 es igual a la del punto 2.
6. Medir la presión en el punto 1 con el manómetro de escala de 0 a 10 PSI.
7. Mediante la ecuación de Bernoulli, determinar la presión en el punto 2.



8. Una vez determinada la presión en el punto 2, cambiar el manómetro desde el punto 1 al punto 2 y comprobar el valor de presión obtenido mediante la ecuación de Bernoulli.



4. INSUMOS

Materiales.	Unidad.	Cantidad.	# Alumnos.
Flexible ½ " HI-HE	u	1	20
Copla ¾" a ½" SO-HI	u	2	20
Tee ¾" SO	u	1	20
Copla ¾" a 3/8" SO	u	1	20
Tee 3/8" SO	u	1	20
Copla ¾" a 3/8" HI-SO	u	1	20
Terminal 3/8" HE-SO	u	1	20

5. EQUIPAMIENTO

Equipos.	CANTIDAD	N° MAX ALUMNOS
Manómetro (0 a 10 PSI)	2	20
Cronómetro	5	20
Balde 10 L	5	20

6. BIBLIOGRAFÍA.

- Mecánica de Fluidos V. L. STREETER- B. WYLIE 1979 McGraw- Hill
- Mecánica Vol I M. ALONSO y E. J. FINN 1990 Addison- Wesley, Reading, Mass
- Física Universitaria SEARS- ZEMANSKY 1996 Addison- Wesley Iberoamericana
- Fundamentos De Física (Vol. 2) (6ª ED.) FAUGHN, JERRY S. y SERWAY, RAYMOND A.2005 Thomson Paraninfo, S.A. México
- Física General 4º Edición ANTONIO MÁXIMO ¿ BEATRIZ ALVARENGA 2002Editorial Oxford
- Física, Parte I RESNICK AND HALLIDAY 2004 Editorial CECSA