
	Guía de Ejercicios en Aula N°3	
	Tema: Leyes y Teoremas.	Docente: Flavio Díaz Román

Unidad de Aprendizaje N° 3: Leyes y Teoremas para la resolución de circuitos eléctricos.

Aprendizajes Esperados

Determina sentido de corrientes y polaridades de caídas de tensión, en mallas con dos o más fuentes, a través de contenidos de leyes y teoremas de resolución de circuitos eléctricos.

Aplica teoremas de Thevenin, Norton, mallas y nudos para la solución de circuitos, de acuerdo a métodos establecidos.

C.E.: Transforma fuentes de tensión y corriente, para simplificación de circuitos.

C.E.: Aplica teoremas de Thevenin y Norton, en la resolución de circuitos eléctricos.

C.E.: Resuelve un mismo circuito aplicando mallas, superposición y Thevenin.

Objetivos:

Calcular parámetros eléctricos mediante Leyes y Teoremas:

- Leyes de Kirchhoff.
- Equivalentes de Thevenin y Norton.
- Métodos de superposición, mallas y equivalencia de fuentes.

Realizar simulaciones de circuitos en PC.

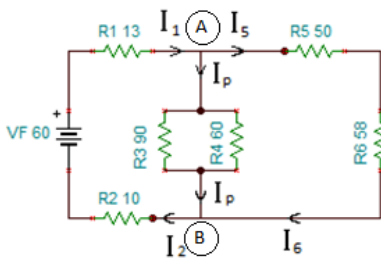
- Circuitos de corriente continua y medidores.

Material específico

Calculadora
PC con Software TINA

a) Ejercicios Resueltos:

1.- Comprobar las leyes de Kirchoff en el siguiente circuito:



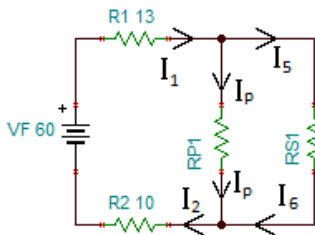
Datos: $V_F = 60 \text{ [V]}$

$R_1 = 13 \text{ [}\Omega\text{]} , R_2 = 10 \text{ [}\Omega\text{]}.$

$R_3 = 90 \text{ [}\Omega\text{]} , R_4 = 60 \text{ [}\Omega\text{]}.$

$R_5 = 50 \text{ [}\Omega\text{]} , R_6 = 58 \text{ [}\Omega\text{]}.$

Solución: Para responder a este problema es necesario determinar los valores de intensidad y tensión para cada rama y nudo del circuito.

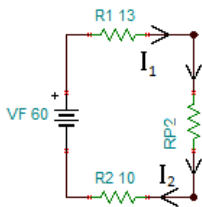


Paso 1: Reducción de circuito:

Los resistores R3 y R4 que están en paralelo dando origen a $R_{P1} = 36 \text{ [}\Omega\text{]}.$

Los resistores R5 y R6 que están en serie dando origen a $R_{S1} = 108 \text{ [}\Omega\text{]}.$

Los resistores R_{P1} y R_{S1} que están en paralelo dan origen a $R_{P2} = 27 \text{ [}\Omega\text{]}.$



Este paso permite determinar el valor de $R_{eq} = R_1 + R_{P2} + R_2 = 50 \text{ [}\Omega\text{]}.$

Con este dato se obtienen los siguientes valores, usando la Ley de Ohm:

$$I_1 = I_2 = V_F / R_{eq} = 1,2 \text{ [A]}$$

Las caídas de tensión de este circuito reducido son:

$$V_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 1,2 \cdot 13 = 15,6 \text{ [V]} , \quad V_{RP2} = 1,2 \cdot 27 = 32,4 \text{ [V]} \quad \text{y} \quad V_{R2} = 1,2 \cdot 10 = 12 \text{ [V]}.$$

La caída de tensión en R_{P2} permite obtener el resto de las variables del circuito original, pues todos los elementos restantes están en paralelo:

$$I_P = V_{RP2} / R_{P1} = 32,4 / 36 = 0,9 \text{ [A]}$$

$$I_5 = I_6 = V_{RP2} / R_{S1} = 32,4 / 108 = 0,3 \text{ [A]}.$$

Con estas intensidades se pueden determinar las caídas de tensión en R5 y R6:

$$VR5 = I5 \cdot R5 = 0,3 \cdot 50 = 15 \text{ [V]}$$

$$VR6 = I6 \cdot R6 = 0,3 \cdot 58 = 17,4 \text{ [V].}$$

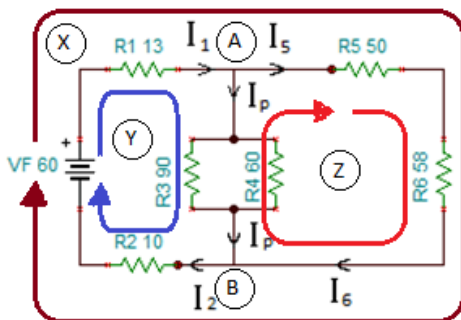
Comprobación leyes de Kirchhoff:

1.- Ley de las Corrientes: La suma de las corrientes que ingresan a un nudo es igual a la suma de las corrientes que salen de él.

Nudo A: $I1 = IP + I5$ Reemplazando valores, $1,2 = 0,9 + 0,3$. **Cumple.**

Nudo B: $IP + I6 = I2$ Reemplazando valores, $0,9 + 0,3 = 1,2$. **Cumple.**

2.- Ley de las Tensiones: La suma de las tensiones en una trayectoria cerrada dentro de un circuito, considerando su polaridad, es cero.



Trayectoria X: Considera la fuente VF, VR1, VR5, VR6 y VR2.

$$60 - 15,6 - 15 - 17,4 - 12 = 0 \text{ [V]}. \quad \text{Cumple.}$$

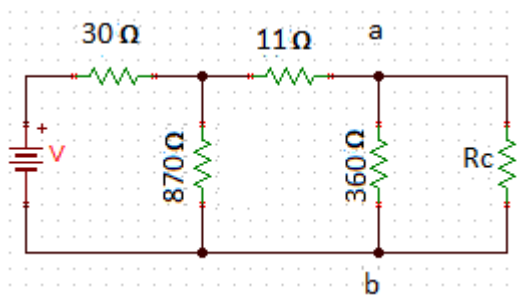
Trayectoria Y: Considera la fuente VF, VR3 = VRP2 y VR2.

$$60 - 15,6 - 32,4 - 12 = 0 \text{ [V]}. \quad \text{Cumple.}$$

Trayectoria Z: Considera VR4 = VRP2, VR5 y VR6.

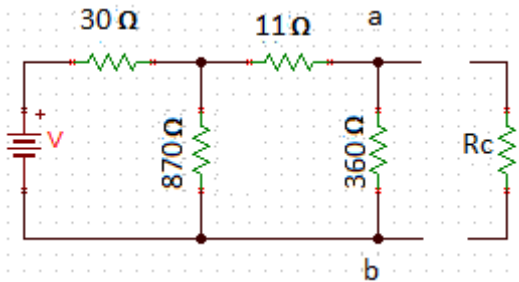
$$32,4 - 15 - 17,4 = 0 \text{ [V]}. \quad \text{Cumple.}$$

2.- Determinar el valor que debe tener el resistor Rc, para lograr máxima transferencia de potencia hacia él, y cuál es el valor de dicha potencia.



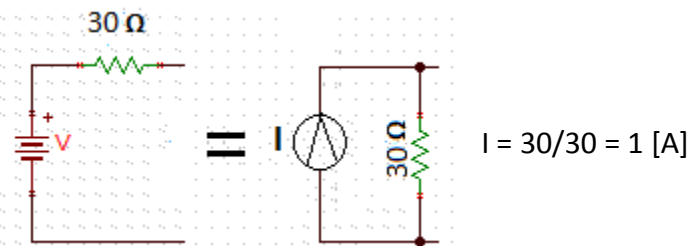
Dato: $V = 30 \text{ [V]}$

Solución: Para solucionar este ejercicio es necesario separar el resistor R_c , del circuito y determinar el equivalente de Thevenin del circuito respecto a los puntos "a" y "b" de él.

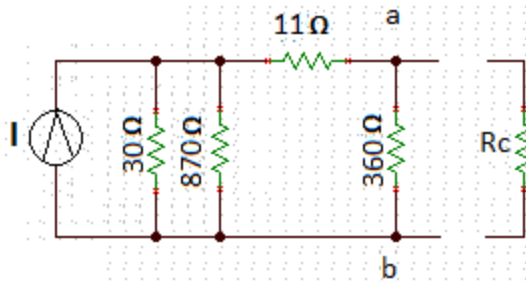


1er paso: Determinación de la tensión $V_{TH} = V_{ab}$.

Usando equivalencia de fuentes:

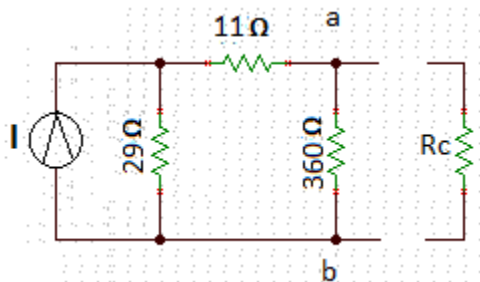


El circuito queda:

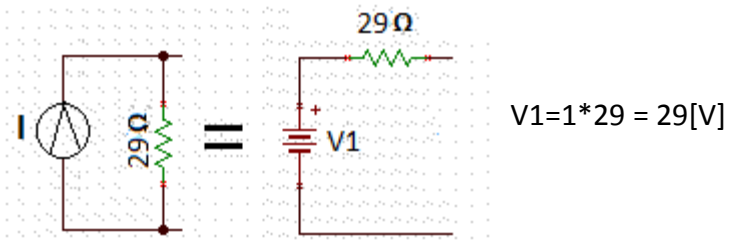


Se observa que los resistores de 30 [Ω] y 870 [Ω], quedan en paralelo y su equivalente es:
 $R_{P1} = (30^{-1} + 870^{-1})^{-1} = 29$ [Ω].

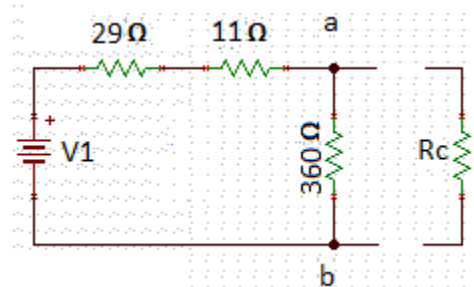
El circuito queda:



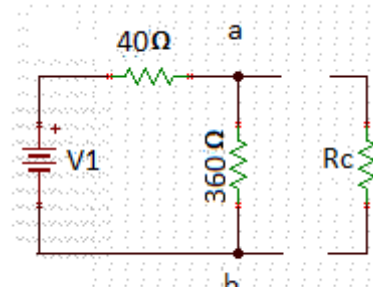
Usando equivalencia de fuentes:



El circuito queda:



Con esto:

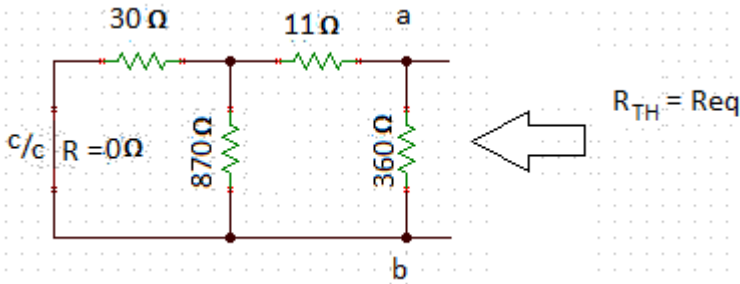


Se observa que $V_{ab} = V_{TH}$ está dado por: $V_{TH} = V1 * 360 / (40 + 360) = 26,1$ [V].

2° paso: Determinación de la resistencia de Thevenin R_{TH} .

R_{TH} corresponde al valor de la resistencia equivalente analizado desde los terminales a y b, una vez que se ha anulado la fuente de energía. En este caso como es una fuente ideal de tensión se reemplaza por un cortocircuito, es decir, una resistencia de valor cero.

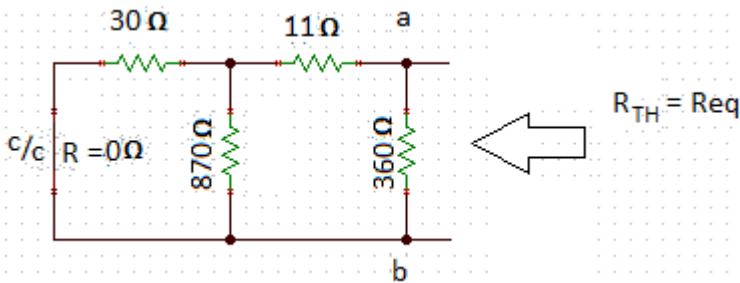
El circuito queda:



Se observa que los resistores de 30 [Ω] y 870 [Ω], quedan en paralelo y su equivalente es:

$$R_{P1} = (30^{-1} + 870^{-1})^{-1} = 29 \text{ [}\Omega\text{]}.$$

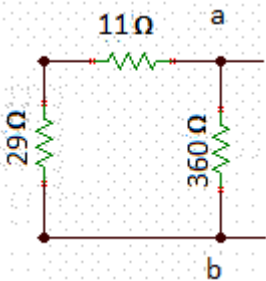
El circuito queda:



Se observa que los resistores de 30 [Ω] y 870 [Ω], quedan en paralelo y su equivalente es:

$$R_{P1} = (30^{-1} + 870^{-1})^{-1} = 29 \text{ [}\Omega\text{]}.$$

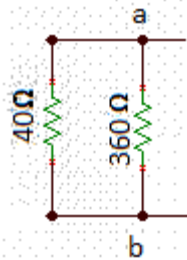
Queda:



Se observa que los resistores de 29 [Ω] y 11 [Ω], quedan en serie y su equivalente es:

$$R_{S1} = 29 + 11 = 40 \text{ [}\Omega\text{]}.$$

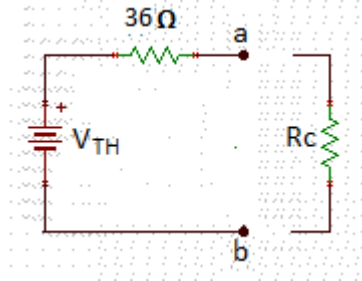
Finalmente el circuito queda:



Con lo cual se obtiene R_{TH} , realizando el equivalente paralelo entre los resistores de 40 [Ω] y 360 [Ω],

$$R_{TH} = (40^{-1} + 360^{-1})^{-1} = 36 \text{ [}\Omega\text{]}.$$

Con todo lo anterior el circuito original modificado, usando el equivalente de Thevenin es:



Lo que indica que el valor de R_c , para máxima transferencia de potencia es: $R_c = R_{TH} = 36 [\Omega]$.

En este circuito la intensidad de corriente, dado que $V_{TH} = 26,1 [V]$, es:

$$I = 26,1/72 = 0,3625 [A]$$

La potencia disipada en $R_c = 36 [\Omega]$, es: $P_{Rc} = I^2 * R_c = 4,730625 [W]$.

Comprobación:

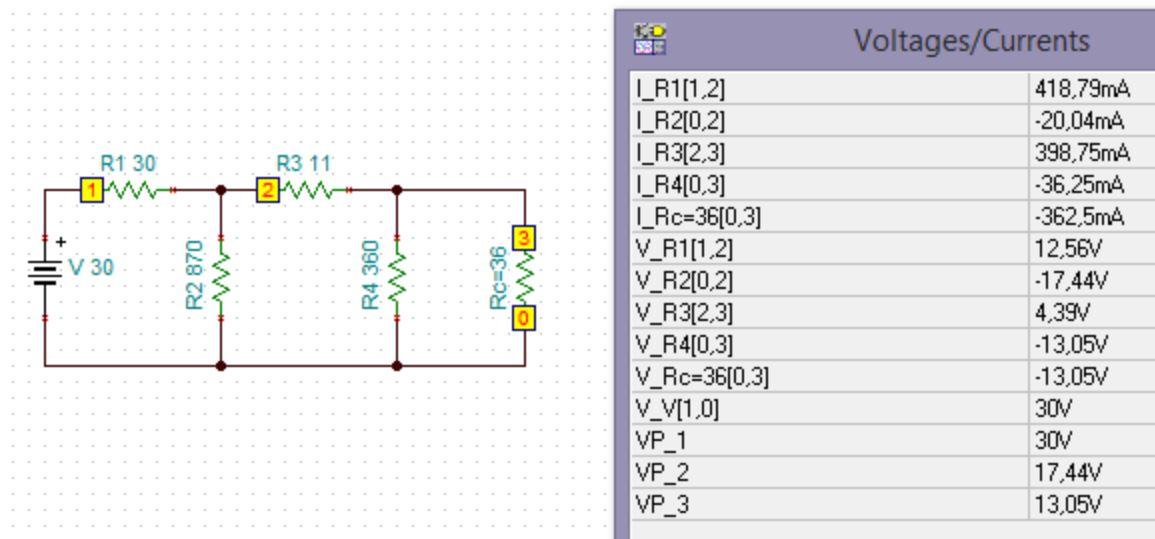
Si $R_{ca} = 35 [\Omega]$, $I_a = 26,1/71 = 0,3676 [A]$, y la potencia es $P_a = I_a^2 * R_{ca} = 4,7297 [W]$. (Valor anterior).

Si $R_{cp} = 37 [\Omega]$, $I_p = 26,1/73 = 0,3575 [A]$, y la potencia es $P_p = I_p^2 * R_{cp} = 4,7297 [W]$. (Valor posterior).

Se observa que la potencia en R_c disminuye, si su valor resistivo cambia a un valor diferente de $36 [\Omega]$.

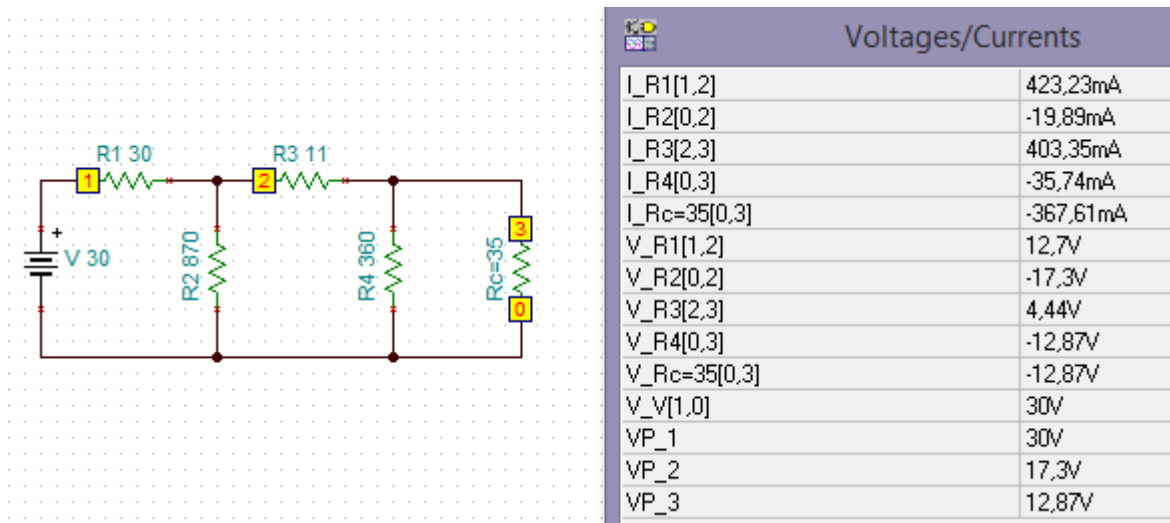
Comprobación usando SW TINA.

Usando $R_c = 36 [\Omega]$, el circuito simulado entrega los siguientes resultados:



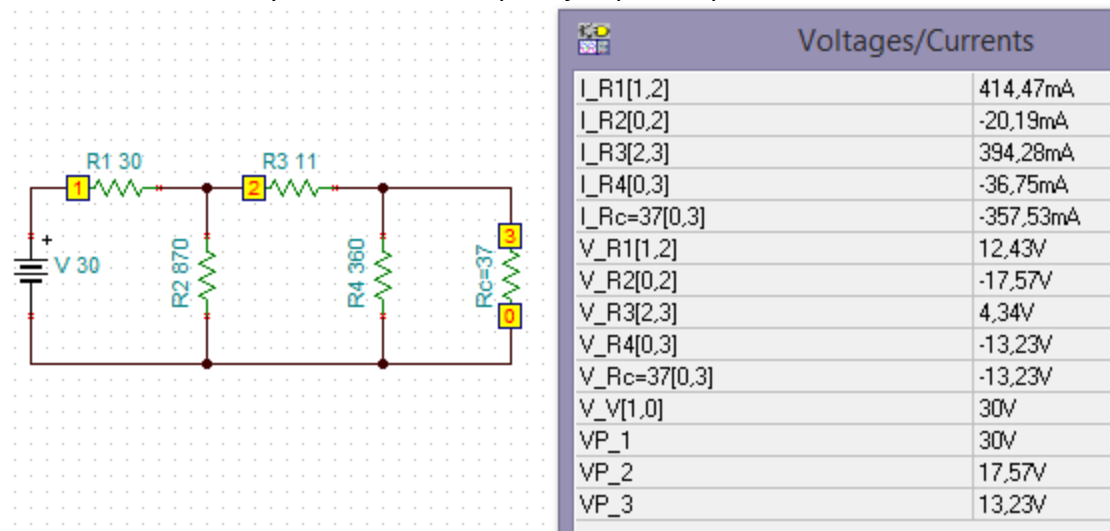
La potencia en R_c es: $P_{Rc} = I_{Rc}^2 * R_c$, reemplazando valores $P_{Rc} = 0,3625^2 * 36 = 4,730625 [W]$, valor que coincide con el obtenido del desarrollo anterior.

Usando un valor menor a $R_c = 36 \text{ } [\Omega]$, por ejemplo: $R_{ca} = 35 \text{ } [\Omega]$, se obtiene:



La potencia en R_{ca} es: $PR_{ca} = IR_{ca}^2 \cdot R_{ca}$, reemplazando valores $PR_{ca} = 0,36761^2 \cdot 35 = 4,7298 \text{ } [W]$.

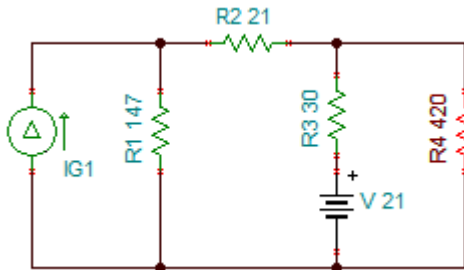
Usando un valor mayor a $R_c = 36 \text{ } [\Omega]$, por ejemplo: $R_{cp} = 37 \text{ } [\Omega]$, se obtiene:



La potencia en R_{cp} es: $PR_{cp} = IR_{cp}^2 \cdot R_{cp}$, reemplazando valores $PR_{cp} = 0,35753^2 \cdot 37 = 4,7296 \text{ } [W]$.

Se comprueba con el desarrollo y las simulaciones que el valor de R_c para máxima transferencia de potencia desde el circuito presentado es $36 \text{ } [\Omega]$.

3.- Determinar el valor de la intensidad de corriente y tensión en el resistor R4, del siguiente circuito, utilice los métodos de superposición, equivalencia de fuentes y mallas.



Datos:

$I_{G1} = 1 \text{ [A]}$

$V = 21 \text{ [V]}$.

$R1 = 147 \text{ [}\Omega\text{]}$

$R2 = 21 \text{ [}\Omega\text{]}$.

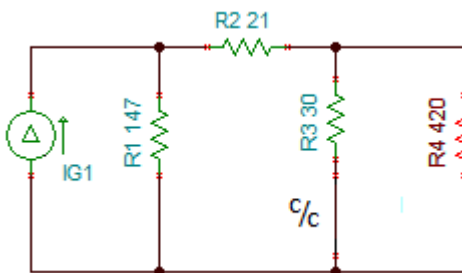
$R3 = 30 \text{ [}\Omega\text{]}$

$R4 = 420 \text{ [}\Omega\text{]}$.

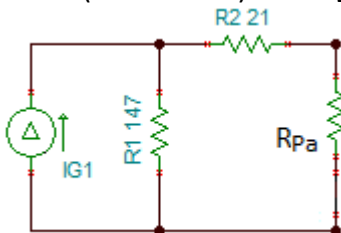
Solución: Se procede a resolver el ejercicio por los métodos indicados (forma comprobar resultados)

R31.- Solución por método de superposición.- Se divide el circuito en dos circuitos con una fuente de energía cada uno:

Eliminando la fuente de tensión, se reemplaza por un cortocircuito ($R=0[\Omega]$), el circuito queda:



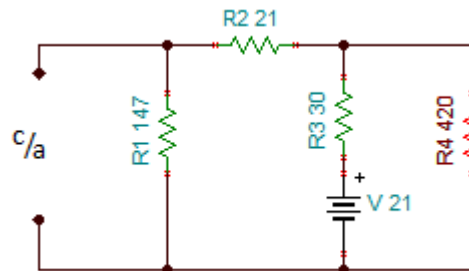
Se observa que R3 y R4 están en paralelo
 $R_{Pa} = (30^{-1} + 420^{-1})^{-1} = 28 \text{ [}\Omega\text{]}$.



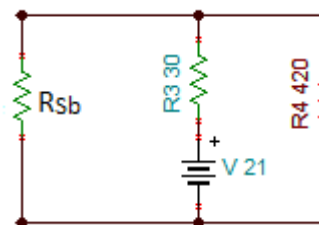
Se tiene ahora que R2 y RPa están en serie:

$R_{Sa} = 21 + 28 = 49 \text{ [}\Omega\text{]}$.

Eliminando la fuente de tensión, se reemplaza por un cortocircuito ($R=0[\Omega]$), el circuito queda:



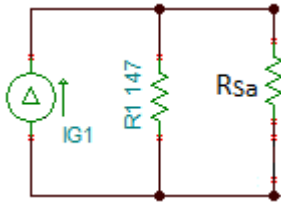
Se observa que R1 y R2 están en serie
 $R_{Sb} = 147 + 21 = 168 \text{ [}\Omega\text{]}$.



Se tiene ahora que R4 y RSb están en paralelo

$R_{Pb} = (168^{-1} + 420^{-1})^{-1} = 120 \text{ [}\Omega\text{]}$.

El circuito queda:



La intensidad por R_{Sa} es, usando divisor de corriente:

$$I_a = I_{G1} \cdot R_1 / (R_1 + R_{Sa})$$

Reemplazando valores y resolviendo queda:

$$I_a = 1 \cdot 147 / (147 + 49) = 0,75 \text{ [A]}$$

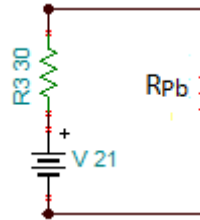
La tensión en R_4 es la misma tensión que existe en R_{Pa} pues están en paralelo.

$$V_{R_{Pa}} = V_{R_{4a}} = I_a \cdot R_{Pa} = 0,75 \cdot 28 = 21 \text{ [V]}$$

La intensidad en R_4 es:

$$I_{R_{4a}} = 21 / 420 = 0,05 \text{ [A].}$$

El circuito queda:



La tensión en R_{Pb} es, usando divisor de tensión:

$$V_b = V \cdot R_{Pb} / (R_3 + R_{Pb})$$

Reemplazando valores y resolviendo queda:

$$V_b = 21 \cdot 120 / (30 + 120) = 16,8 \text{ [V]}$$

La tensión en R_4 es la misma tensión que existe en R_{Pb} pues están en paralelo.

$$V_{R_{4b}} = 16,8 \text{ [V]}$$

La intensidad en R_4 es:

$$I_{R_{4b}} = 16,8 / 420 = 0,04 \text{ [A].}$$

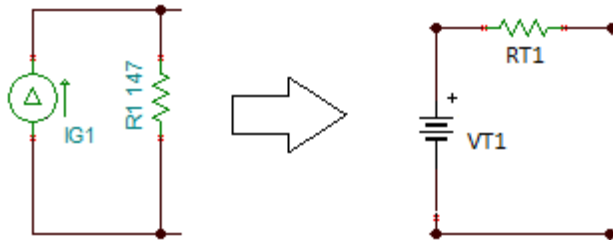
Para obtener el valor de las variables se procede a la suma algebraica de los valores obtenidos en forma parcial, en este caso, las polaridades de $V_{R_{4a}}$ y $V_{R_{4b}}$ son del mismo signo, por ello el resultado para cada variable corresponde a la suma de los valores parciales, con esto:

$$V_{R_4} = V_{R_{4a}} + V_{R_{4b}} = 21 + 16,8 = 37,8 \text{ [V].}$$

$$I_{R_4} = I_{R_{4a}} + I_{R_{4b}} = 0,05 + 0,04 = 0,09 \text{ [A]} = 90 \text{ [mA].}$$

R32.- Solución por método de equivalencia de fuentes.- Se utilizan los equivalentes de Thevenin y Norton:

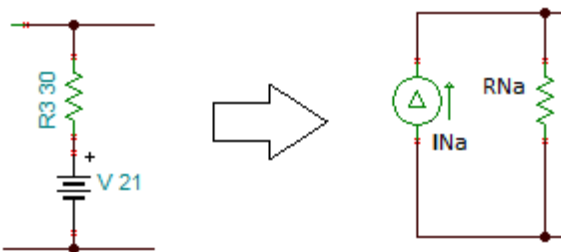
En el circuito existen dos fuentes de energía, sus equivalentes son:



Donde:

$$RT1 = R1 = 147 \text{ } [\Omega].$$

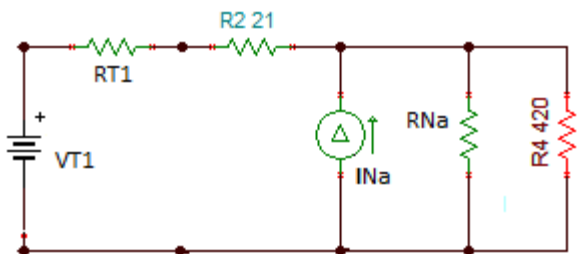
$$VT1 = IG1 * R1 = 1 * 147 = 147 \text{ } [V].$$



$$INa = V/R3 = 21/30 = 0,7 \text{ } [A].$$

$$RNa = R3 = 30 \text{ } [\Omega].$$

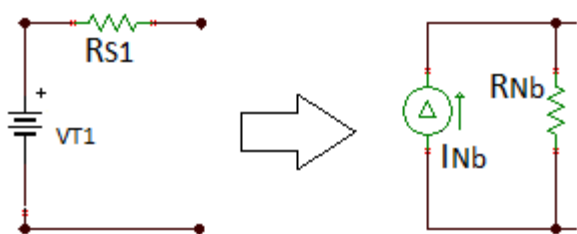
Reemplazándolos en el circuito queda:



Se observa que RT1 y R2 quedan en serie y su valor es:

$$RS1 = RT1 + R2 = 147 + 21 = 168 \text{ } [\Omega].$$

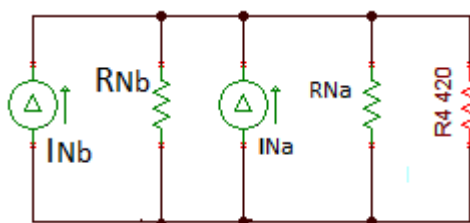
Lo que permite otra conversión de fuente, como se muestra a continuación:



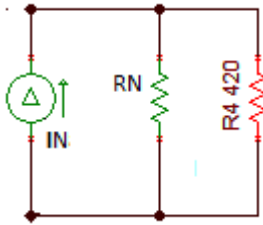
$$INb = VT1/RS1 = 147/168 = 0,875 \text{ } [A].$$

$$RNb = RS1 = 168 \text{ } [\Omega].$$

Con esta modificación el circuito queda:



Se observa que los resistores RNa y RNb están en paralelo y que las fuentes de intensidad entregan corriente en el mismo sentido, por lo cual sus efectos se suman, y el circuito reducido es el mostrado en el siguiente diagrama:



Donde:

$$I_N = I_{Na} + I_{Nb} = 0,7 + 0,875 = 1,575 \text{ [A]}.$$

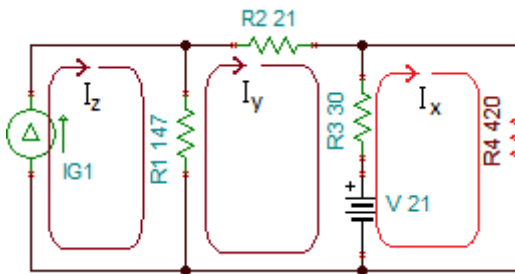
$$R_N = (R_{Na}^{-1} + R_{Nb}^{-1})^{-1} = (30^{-1} + 168^{-1})^{-1} = 25,4545... \text{ [\Omega]}.$$

Usando el divisor de corriente se obtiene el valor de la intensidad que circula por el resistor R4 y con dicho valor, también el valor de la caída de tensión en él.

$$I_{R4} = I_N \cdot R_N / (R4 + R_N) = 1,575 \cdot 25,4545... / (420 + 25,4545...) = 0,09 \text{ [A]} = 90 \text{ [mA]}.$$

$$V_{R4} = I_{R4} \cdot R4 = 0,09 \cdot 420 = 37,8 \text{ [V]}.$$

R33.- Solución por método de mallas.- Se dibujan las corrientes de malla y se plantean igual número de ecuaciones de equilibrio, en este circuito existen tres mallas independientes:



En este ejercicio existe una fuente de intensidad de corriente, lo que permite, al existir una única corriente de malla atravesándola, indicar que el valor de esa corriente de malla toma el valor de la fuente, en este caso:

$$I_z = I_{G1} = 1 \text{ [A]}.$$

Ese dato permite plantear solamente dos ecuaciones de equilibrio para solucionar el circuito, dichas ecuaciones son:

$$\begin{cases} x) (R_3 + R_4) \cdot I_x - R_3 \cdot I_y - 0 \cdot I_z = V \\ y) -R_3 \cdot I_x + (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_y - R_1 \cdot I_z = -V \end{cases}$$

Reemplazando valores queda:

$$\begin{cases} x) 450 \cdot I_x - 30 \cdot I_y - 0 \cdot I_z = 21 \\ y) -30 \cdot I_x + 198 \cdot I_y - 147 \cdot 1 = -21 \end{cases}$$

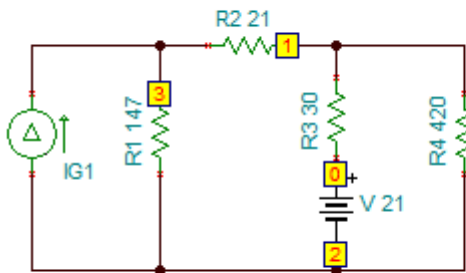
La intensidad de corriente que atraviesa a R4 es Ix, al resolver el sistema de ecuaciones se obtiene:

$$\begin{cases} x) 450 \cdot I_x - 30 \cdot I_y = 21 \\ y) -30 \cdot I_x + 198 \cdot I_y = 126 \end{cases}$$

Con lo cual queda:

$$I_x = I_{R4} = 264,6 / 2940 = 0,09 \text{ [A]} \quad y \quad V_{R4} = 37,8 \text{ [V]}.$$

R34.- Solución por método de simulación por software.- Se dibuja el circuito en editor y se ejecuta análisis para corriente continua, lo cual entrega la siguiente tabla de valores:

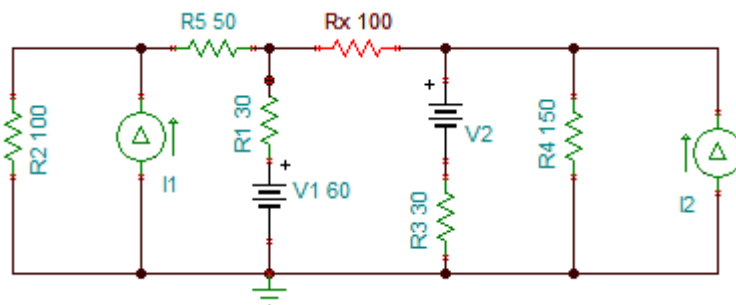


Voltages/Currents	
I_R1[2,3]	-350mA
I_R2[3,1]	650mA
I_R3[0,1]	-560mA
I_R4[2,1]	-90mA
V_IG1[2,3]	-51,45V
V_R1[2,3]	-51,45V
V_R2[3,1]	13,65V
V_R3[0,1]	-16,8V
V_R4[2,1]	-37,8V
V_V[0,2]	21V
VP_1	16,8V
VP_2	-21V
VP_3	30,45V

Conclusión: No importa el método de resolución, si el desarrollo y los cálculos están bien realizados el resultado es el mismo.

b) Ejercicios Propuestos:

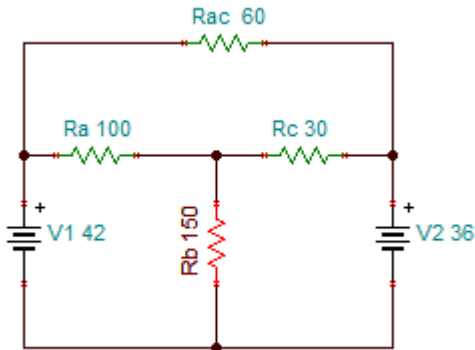
1.- Determine el valor de la intensidad a través de Rx.



- | | |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| Datos: $I_1 = 1,5 \text{ [A]}$ | $I_2 = 2,4 \text{ [A]}$. |
| $V_1 = 60 \text{ [V]}$ | $V_2 = 18 \text{ [V]}$. |
| $R_1 = 30 \text{ [\Omega]}$ | $R_2 = 100 \text{ [\Omega]}$. |
| $R_3 = 30 \text{ [\Omega]}$ | $R_4 = 150 \text{ [\Omega]}$. |
| $R_5 = 50 \text{ [\Omega]}$ | $R_x = 100 \text{ [\Omega]}$. |

Respuesta: $I_{Rx} = 0 \text{ [A]}$.

2.- Determinar los valores de intensidad de corriente y tensión en los resistores Ra, Rb y Rc, usando métodos de superposición y mallas.



Datos:

$$V1 = 42 \text{ [V]}$$

$$V2 = 36 \text{ [V].}$$

$$Ra = 100 \text{ [}\Omega\text{]}$$

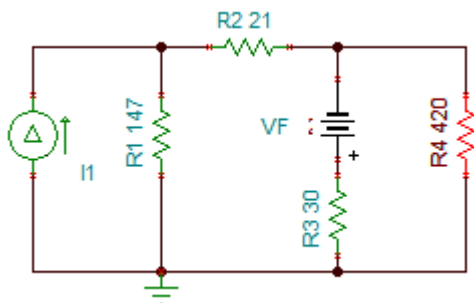
$$Rb = 30 \text{ [}\Omega\text{].}$$

$$Rc = 30 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$Rac = 60 \text{ [}\Omega\text{].}$$

Respuesta: $Va = 9,6 \text{ [V]}$, $Vb = 32,4 \text{ [V]}$, $Vc = 3,6 \text{ [V]}$, $IRa = 96 \text{ [mA]}$, $IRb = 0,216 \text{ [A]}$, $IRc = 0,12 \text{ [A]}$.

3.- Determinar los valores de intensidad de corriente y tensión en los resistores R1 y R4, del siguiente circuito, utilice los métodos de superposición, equivalencia de fuentes y mallas.



Datos:

$$I1 = 1,8 \text{ [A]}$$

$$VF = 42 \text{ [V].}$$

$$R1 = 147 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$R2 = 21 \text{ [}\Omega\text{].}$$

$$R3 = 30 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$R4 = 420 \text{ [}\Omega\text{].}$$

Respuesta: $VR1 = 36,75 \text{ [V]}$, $VR4 = 4,2 \text{ [V]}$, $IR1 = 0,25 \text{ [A]}$, $IR4 = 10 \text{ [mA]}$.

Registro de comentarios y observaciones:

A large, vertically oriented rounded rectangle with a black border. Inside the rectangle, there are 25 horizontal lines spaced evenly, providing a template for writing comments and observations.