

Unidad de Aprendizaje N°1:

Generalidades, Definiciones y terminología.

Aprendizajes Esperados

1. Trabaja conceptos matemáticos y geométricos en la solución de problemas topográficos, de acuerdo a la situación planteada y entregando la evidencia del trabajo en equipo.

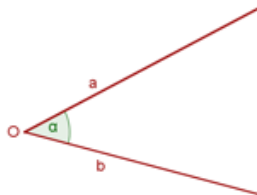
1. OBJETIVOS.

El objetivo de esta actividad es:

- Aplicar los principales conceptos matemáticos y geométricos en la solución de problemas.

2. ANTECEDENTES GENERALES.

Un ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas con origen común. A las semirrectas se las llama lados y al origen común vértice.



Para medir ángulos se emplea el grado sexagesimal (°)

Grado sexagesimal es la amplitud del ángulo resultante de dividir la circunferencia en 360 partes iguales.

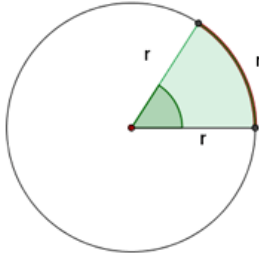
$$1^\circ = 60' = 3600''$$

$$1' = 60''$$

Radián (rad) es la medida del **ángulo central** de una **circunferencia** cuya longitud de **arco coincide** con la longitud de su **radio**.

$$1 \text{ rad} = 57^\circ 17' 44.8''$$

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$



Ángulos interiores de un polígono.

Son los determinados por dos lados consecutivos.

Suma de ángulos interiores de un polígono

Si n es el número de lados de un polígono:

$$\text{Suma de ángulos de un polígono} = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

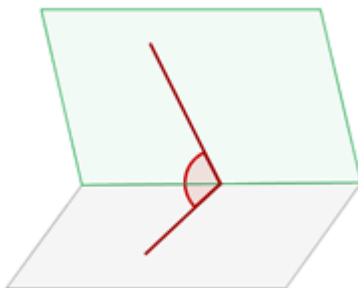
Suma de los ángulos de un triángulo

$$(3 - 2) \cdot 180^\circ = 180^\circ$$

Suma de los ángulos de un cuadrilátero

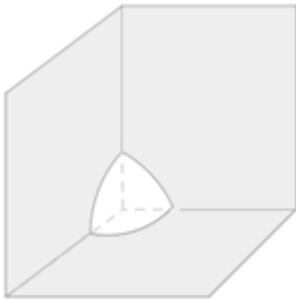
$$(4 - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$$

Ángulo diedro.



Es la porción de espacio limitada por dos semiplanos que se llaman caras.

Ángulo poliedro

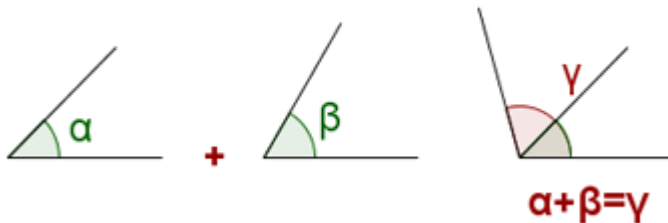


Es la porción de espacio limitada por tres o más planos que concurren en un punto llamado vértice.

Un ángulo diedro debe medir menos de 360°.

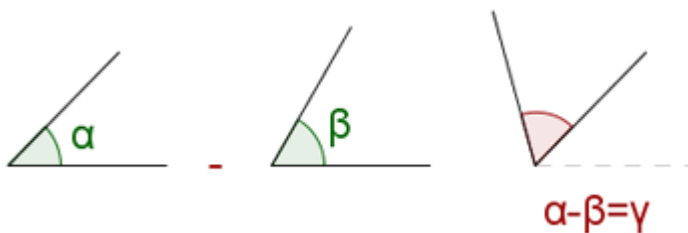
Suma de ángulos.

La suma de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la suma de las amplitudes de los dos ángulos iniciales.



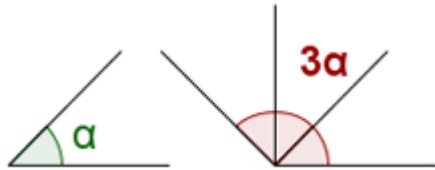
Resta de ángulos.

La resta de dos ángulos es otro ángulo cuya amplitud es la diferencia entre la amplitud del ángulo mayor y la del ángulo menor.



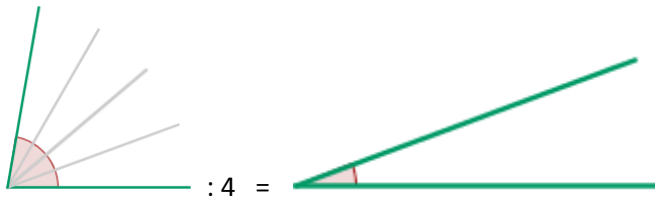
Multiplicación de un número por un ángulo

La multiplicación de un número por un ángulo es otro ángulo cuya amplitud es la suma de tantos ángulos iguales al dado como indique el número.




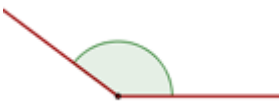

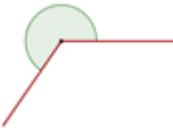




División de un ángulo por un número

La división de un ángulo por un número es hallar otro ángulo tal que multiplicado por ese número da como resultado el ángulo original.



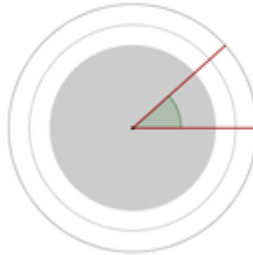
Clasificación de ángulos según su medida

Agudo < 90°	Recto = 90°	Obtuso > 90°
		
Convexo < 180°	Llano = 180°	Cóncavo > 180°
		
Nulo = 0°	Completo = 360°	
		

Negativo $< 0^\circ$

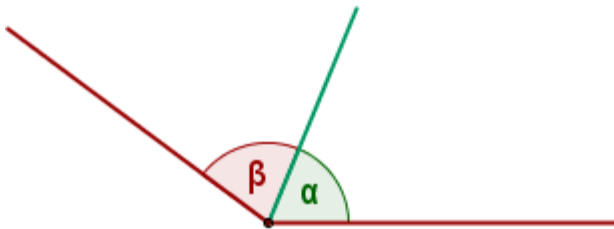


Mayor de 360°



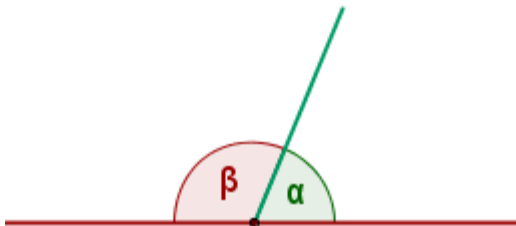
Clasificación de ángulos según su posición

Ángulos consecutivos



Ángulos consecutivos son aquellos que tienen el vértice y un lado común.

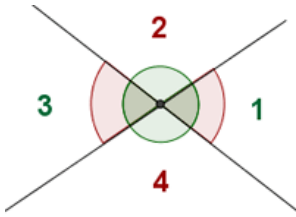
Ángulos adyacentes



Ángulos adyacentes son aquellos que tienen el vértice y un lado común, y los otros lados situados uno en prolongación del otro.

Forman un ángulo llano.

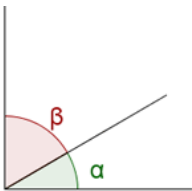
Ángulos opuestos por el vértice.



- Son los que teniendo el vértice común, los lados de uno son prolongación de los lados del otro.
- Los ángulos **1** y **3** son iguales.
- Los ángulos **2** y **4** son iguales.

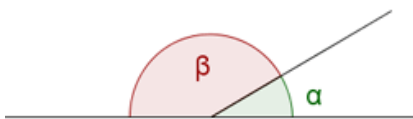
Clasificación de ángulos según su suma

Ángulos complementarios.



Dos ángulos son complementarios si suman 90° .

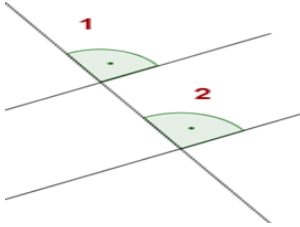
Ángulos suplementarios



Dos ángulos son suplementarios si suman 180° .

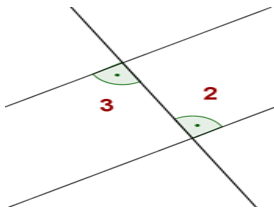
Ángulos resultantes del corte entre dos rectas paralelas y perpendiculares entre sí

Ángulos correspondientes



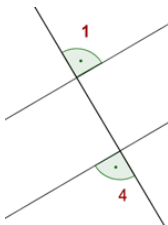
Los ángulos 1 y 2 son iguales.

Ángulos alternos internos



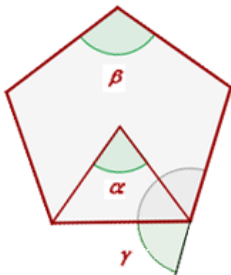
Los ángulos 2 y 3 son iguales.

Ángulos alternos externos



Los ángulos 1 y 4 son iguales.

Tipos de ángulos de un polígono regular



Ángulo central de un polígono regular.

- Es el formado por dos radios consecutivos.
- Si n es el número de lados de un polígono:
Ángulo central = $360^\circ : n$
- Ángulo central del pentágono regular = $360^\circ : 5 = 72^\circ$

Ángulo interior de un polígono regular

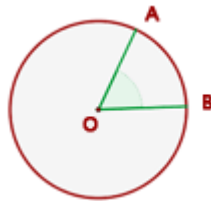
- Es el formado por dos lados consecutivos.
- Ángulo interior = $180^\circ - \text{Ángulo central}$
- Ángulo interior del pentágono regular = $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

Ángulo exterior de un polígono regular

- Es el formado por un lado y la prolongación de un lado consecutivo.
- Los ángulos exteriores e interiores son suplementarios, es decir, que suman 180° .
- Ángulo exterior = Ángulo central
- Ángulo exterior del pentágono regular = 72°

Ángulos de la circunferencia

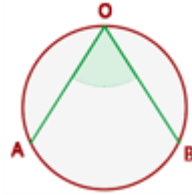
Ángulo central



- Ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y sus lados son dos radios.
- La medida de un arco es la de su ángulo central correspondiente.

$$\widehat{AOB} = \widehat{AB}$$

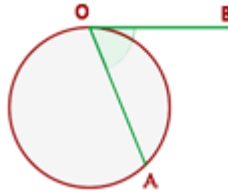
Ángulo inscrito



- Su vértice está en la circunferencia y sus lados son secantes a ella.
- Mide la mitad del arco que abarca.

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

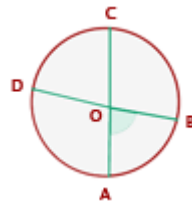
Ángulo semiinscrita



- Su vértice está en la circunferencia, un lado secante y el otro tangente a ella.
- Mide la mitad del arco que abarca.

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

Ángulo interior

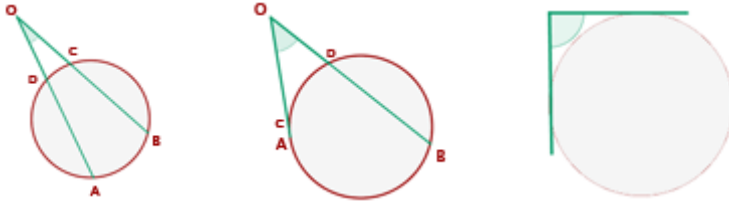


- Su vértice es interior a la circunferencia y sus lados secantes a ella.
- Mide la mitad de la suma de las medidas de los arcos que abarcan sus lados y las prolongaciones de sus lados.

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{2} (\widehat{AB} + \widehat{CD})$$

Ángulo exterior

- Su vértice es un punto exterior a la circunferencia y los lados de sus ángulos son: o secantes a ella, o uno tangente y otro secante, o tangentes a ella:



- Mide la mitad de la diferencia entre las medidas de los arcos que abarcan sus lados sobre la circunferencia.

$$\widehat{AOB} = \frac{1}{2} (\widehat{AB} - \widehat{CD})$$

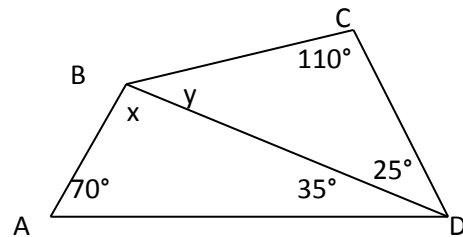
3. EJERCICIOS RESUELTOS

1. Hallar el valor de x e y en las siguientes figuras:

a. Solución:

$$\begin{aligned} x + 35^\circ + 70^\circ &= 180^\circ \\ x &= 75^\circ \end{aligned}$$

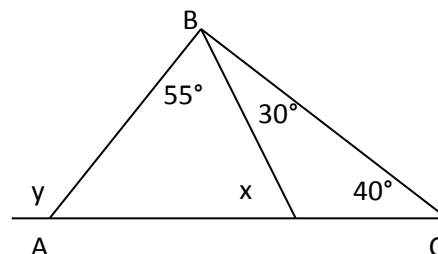
$$\begin{aligned} y + 110^\circ + 25^\circ &= 180^\circ \\ y &= 45^\circ \end{aligned}$$



b. Solución:

$$\begin{aligned} x &\text{ es } \angle \text{ ext. del } \triangle BCD \\ x &= 30 + 40 \\ x &= 70 \end{aligned}$$

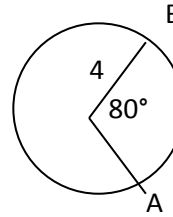
$$\begin{aligned} y &\text{ es un } \angle \text{ ext. del } \triangle ABC \\ y &= \angle B + 40 \\ y &= 85 + 40 = 125 \end{aligned}$$



2. En la figura, el ángulo del centro mide 80° y $r=4$ cm. Calcule AB.

Solución:

$$m(AB) = \frac{\pi \cdot 4 \cdot 80^\circ}{180^\circ} = \frac{16\pi}{9} \text{ cm} = 5,58 \text{ cm}$$



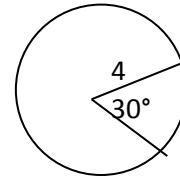
3. En una empresa, se desarrolló una evaluación en cuanto al cumplimiento de tareas y se obtuvieron los siguientes resultados; el 40% de los trabajadores obtuvo una calificación MB, un 35% fue calificado con un B, un 20% obtuvo S, y el 5% una I. Represente en un gráfico circular los resultados.

Solución: Se multiplica el numeral asociado al tanto por ciento por $3,6^\circ$ para obtener el ángulo correspondiente ($n\% \cdot 3,6^\circ$)

4. En una \otimes de $r=4$ cm, se tiene un sector circular determinado por un ángulo $\alpha = 30^\circ$. Calcular su área.

Solución: aplicando la fórmula respectiva

$$A = \frac{\pi \cdot 30^\circ \cdot (4\text{cm})^2}{360^\circ} = \frac{3,14 \cdot 16\text{cm}^2}{12} = 4,19\text{cm}^2$$

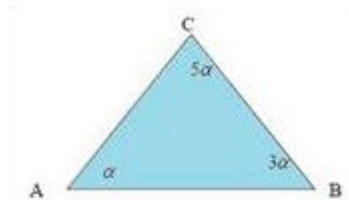


4. DESARROLLO

De acuerdo a las especificaciones de esta guía y los apuntes del docente, resolver los siguientes ejercicios.

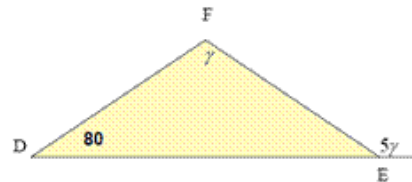
1.- En el triángulo ABC de la figura, α es:

- a) 10°
- b) 15°
- c) 20°
- d) 25°
- e) 30°



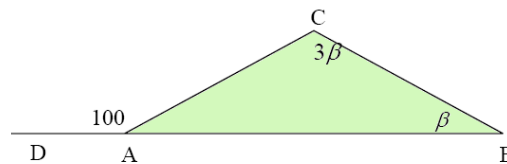
2.- El valor de γ en el triángulo DEF de la figura, es:

- a) 20°
- b) 30°
- c) 80°
- d) 100°
- e) 120°



3.- El valor de β en el triángulo ABC de la figura es:

- a) 20°
- b) 25°
- c) 30°
- d) 35°
- e) 40°



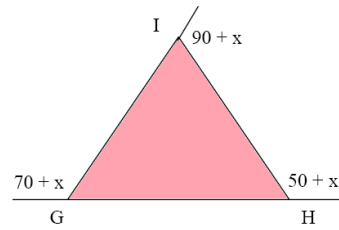
4.- Al expresar α en función de x en el triángulo PQR de la figura, se obtiene:

- a) $70^\circ + x$
- b) $70^\circ - x$
- c) $x - 70^\circ$
- d) $110^\circ - x$
- e) $x + 100^\circ$



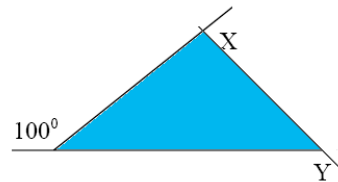
5.- En el triángulo GHI de la figura, el valor de x es:

- a) 30°
- b) 35°
- c) 40°
- d) 50°
- e) 60°



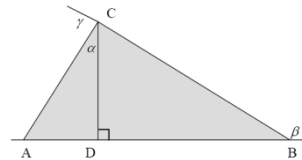
6.- En el triángulo ABC de la figura, X + Y es:

- a) 80°
- b) 100°
- c) 130°
- d) 160°
- e) 260°



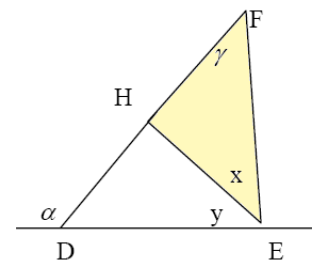
7.- En el triángulo ABC de la figura, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 110^\circ$ y CD es altura. ¿Cuánto mide α ?

- a) 30°
- b) 40°
- c) 50°
- d) 60°
- e) 70°



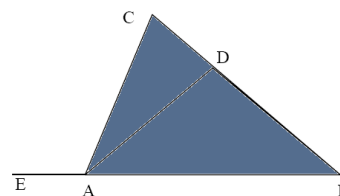
8.- En el triángulo DEF de la figura, $\alpha = 130^\circ$, $\gamma = 80^\circ$ y EH es altura. Entonces y en función de X es:

- a) $y = x$
- b) $y = 2x$
- c) $y = 3x$
- d) $y = 4x$
- e) $y = 5x$



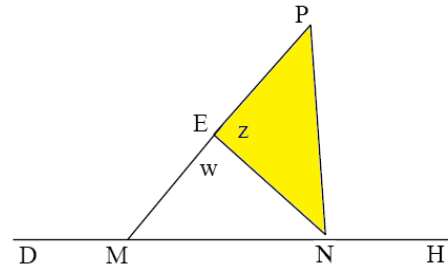
9.- En el triángulo ABC de la figura, AD es bisectriz del ángulo BAC, $\sphericalangle EAC = 100^\circ$ y $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ ¿ cuánto mide el ángulo ADC ?

- a) 60°
- b) 70°
- c) 80°
- d) 90°
- e) 100°



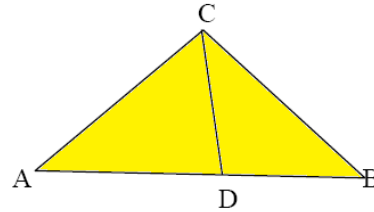
10.- En el triángulo MNP de la figura, $\angle HNP = 120^\circ$, $\angle DME = 150^\circ$ Y NE es bisectriz del ángulo MNP. Entonces "z" en función de "w" es:

- a) $z = w/4$
- b) $z = w/3$
- c) $z = w/2$
- d) $z = w/5$
- e) $z = w/6$



11.- En el triángulo ABC de la figura, $AD = CD$, $\angle DBC = 50^\circ$ y CD es transversal de gravedad. ¿Cuánto mide el ángulo ACD?

- a) 40°
- b) 50°
- c) 80°
- d) 90°
- e) 100°



Respuesta

- 1. c
- 2. a
- 3. b
- 4. c
- 5. d
- 6. e
- 7. d
- 8. d
- 9. e
- 10. c
- 11. a

5. INSUMOS

Materiales.	Unidad.	Cantidad.	# Alumnos.
Papel Carta.	resma	0,25	20

5. EQUIPAMIENTO

Equipos.	CANTIDAD	N° MAX ALUMNOS
Data Show.	1	20
Computador	1	20

6. BIBLIOGRAFÍA

- Ángulos. <http://www.vitutor.net/1/66.html>
- Ferri, José Antonio Geometría Métrica y Descriptiva: Ejercicios resueltos y comentados en el sistema de planos acotados. España, Editorial Universal Politécnica de Valencia, 1998.
- Izquierdo A., Fernando Ejercicios de Geometría Descriptiva. 8ª Edición, Madrid, Editorial Dossay, 1981.
- Nakamura M, Jorge Geometría Descriptiva. 8ª Edición, Perú, Editorial S.R. Ltda., 1997.