

Unidad de Aprendizaje N°1:

Análisis Estructural

Aprendizajes Esperados

1. Reconoce las características y principios del análisis estructural, en base al comportamiento de las estructuras.

1. OBJETIVOS.

El objetivo de esta actividad es:

- Calcular las solicitaciones internas en estructuras simples y marcos, de acuerdo a especificaciones de proyecto.

2. ANTECEDENTES GENERALES.

El Análisis Estructural es una etapa de la Ingeniería Estructural.

La **ingeniería estructural** es una rama clásica de la ingeniería civil que se ocupa del diseño y cálculo de la parte estructural en las edificaciones y demás obras.

Su finalidad es la de conseguir estructuras funcionales que resulten adecuadas desde el punto de vista de la resistencia de materiales. En un sentido práctico, la ingeniería estructural es la aplicación de la mecánica de medios continuos para el diseño de elementos y sistemas estructurales tales como edificios, puentes, muros (incluyendo muros de contención), presas, túneles, etc.

Todas las obras civiles poseen un sistema estructural o estructura, cuya función es garantizar su correcto desempeño ante las condiciones de uso o eventualidades que pueda sufrir el sistema durante su vida útil.

Las **estructuras** están conformadas por un conjunto de elementos interconectados entre sí tales como barras, losas cables, etc.

El objetivo de la estructura es transmitir las fuerzas desde el punto en que se generan a la fundación en que se apoya.

La transmisión de fuerzas debe realizarse de tal forma que los elementos no pierdan sus propiedades de servicio y que las deformaciones que se generen se mantengan dentro del rango admisible.

Dentro del ámbito de la ingeniería civil, se conoce con el nombre de estructura a toda construcción destinada a soportar su propio peso y la presencia de acciones exteriores (fuerzas, momentos, cargas térmicas, etc.) sin perder las condiciones de funcionalidad para las que fue concebida ésta.

El Análisis consiste en la construcción de un modelo matemático de la estructura real y a través de ella, la determinación de los esfuerzos internos y las deformaciones que se generan a partir de las cargas o solicitaciones.

Las solicitaciones deben ser determinadas de acuerdo al uso, ubicación geográfica y materiales o elementos que componen la estructura.

El objetivo de las estructuras es resistir cargas resultantes de su uso y de su peso propio y darle forma a un cuerpo, obra civil o máquina.

Un sistema estructural es un ensamblaje de miembros o elementos independientes para conformar un cuerpo único y cuyo objetivo es darle solución (cargas y forma) a un problema civil determinado. La manera de ensamblaje y el tipo de miembro ensamblado definen el comportamiento final de la estructura y constituyen diferentes sistemas estructurales.

En algunos casos los elementos no se distinguen como individuales sino que la estructura constituye en si un sistema continuo como es el caso de domos, losas continuas o macizas y muros, y se analizan siguiendo los conceptos y principios básicos de la mecánica.

El sistema estructural constituye el soporte básico, el armazón o esqueleto de la estructura total y él transmite las fuerzas actuantes a sus apoyos de tal manera que se garantice seguridad, funcionalidad y economía.

En una estructura se combinan y se juega con tres aspectos:

- FORMA
- MATERIALES Y DIMENSIONES DE ELEMENTOS
- CARGAS

Los cuales determinan la funcionalidad, economía y estética de la solución propuesta.

Una estructura se diseña para que no falle durante su vida útil. Se reconoce que una estructura falla cuando deja de cumplir su función de manera adecuada.

Las formas de falla pueden ser:

- Falla de servicio.
- Falla por rotura.
- Inestabilidad.

La falla de servicio es cuando la estructura sale de uso por deformaciones excesivas ya sean elásticas o permanentes.

La falla por rotura (resistencia) o inestabilidad se da cuando hay movimiento o separación entre las partes de la estructura, ya sea por mal ensamblaje, malos apoyos o rompimiento del material.

SEGURIDAD: La seguridad se determina controlando las deformaciones excesivas que obligan a que salga de servicio o el rompimiento o separación de alguna de sus partes o de todo el conjunto.

Una de las condiciones de seguridad, la estabilidad, se puede comprobar por medio de las leyes de equilibrio de Newton.

Una estructura es estable si es capaz de soportar un sistema general de cargas cuyos valores están limitados a que no ocurra una falla por deformación excesiva.

En el caso particular de fuerzas estáticas las ecuaciones generales del equilibrio son:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{y} \quad \sum \vec{M} = 0$$

Las cuales deben ser satisfechas por la estructura en general y por cada una de sus partes.

El principio de acción y reacción es uno de los conceptos básicos de uso general en las estructuras, encontrar fuerzas actuantes y fuerzas resistentes hace parte del diario de la ingeniería estructural. Este principio dice: “para toda fuerza actuante debe haber algo que produzca una reacción que contrarreste el efecto o en otras palabras para una fuerza actuante existe una reacción de igual magnitud, dirección pero sentido contrario”.

La condición de seguridad de resistencia a la rotura de los elementos que la componen y de las uniones entre estos, depende de las propiedades mecánicas de los materiales utilizados.

FUNCIONALIDAD: La estructura debe mantenerse en funcionamiento durante su vida útil para las cargas de sollicitación. Un puente que presenta deformaciones excesivas daría la sensación de inseguridad y la gente dejaría de usarlo, en ese momento deja de ser funcional.

ECONOMÍA: El aprovechamiento de los recursos determina un reto para el diseño estructural. En la economía se conjuga la creatividad del ingeniero con su conocimiento.

MODELACIÓN MECÁNICA DE LAS ESTRUCTURAS.

El modelado es la abstracción de lo real al papel de tal manera que permita analizarlo y diseñarlo. En el modelado se debe tener bastante cuidado para que la representación del sistema sea lo más parecido a la realidad; la ubicación y determinación de los apoyos, la selección del tipo de elemento, la combinación de estos y sus uniones juegan un papel primordial en esta etapa.

TIPOS DE APOYOS Y CONEXIONES

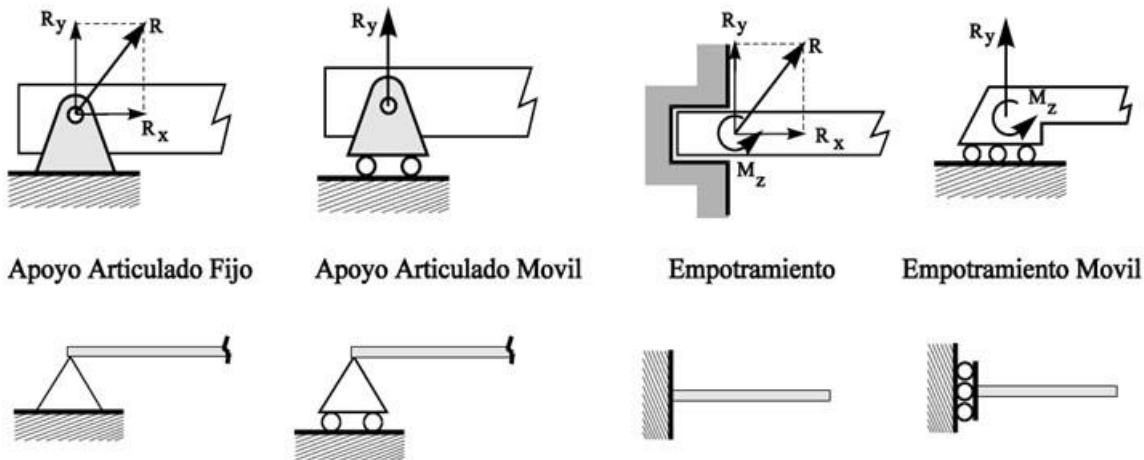
Parte del modelado van en la representación de los soportes o apoyos, estos nos proporcionan estabilidad impidiendo el movimiento.

Los tipos de apoyo se clasifican por la cantidad de grados de libertad que restrinjan. Van desde los más simples que restringen un solo grado de libertad hasta los más complejos que restrinjan seis grados de libertad en el espacio.

Los más simples son rodillos, superficies lisas, uniones con cables, apoyos basculantes, etc.

Al segundo tipo, aquellos que restringen dos grados de libertad, pertenecen las articulaciones, las superficies rugosas, las rotulas, etc.

Al tercer tipo y último en estructuras planas pertenecen los empotramientos.



DETERMINACIÓN Y ESTABILIDAD DE ESTRUCTURAS.

Una estructura es estable cuando soporta cualquier sistema de cargas y sus elementos resisten en forma elástica e inmediata a la aplicación de dichas cargas, suponiendo que sus apoyos poseen rigidez infinita.

Para entender la estabilidad de las estructuras estudiaremos primero las estructuras estáticamente determinadas y las estáticamente indeterminadas, suponiendo las estructuras planas sometidas a cargas en su plano. Interesa analizar sus **grados de libertad**, es decir, su posibilidad de movimiento dentro del plano.

ESTRUCTURAS ISOSTÁTICAS E HIPERESTÁTICAS.

Las estructuras, en cuanto concierne a su comportamiento estático, pueden clasificarse como estables o inestables.

a) Estructuras Estables: Son aquellas capaces de soportar un sistema general de cargas cuyos valores están limitados a que no ocurra una falla por deformación excesiva.

b) Estructuras Inestables: No pueden sostener cargas.

Una estructura es estable si las reacciones son suficientes para determinar las ecuaciones de equilibrio, y no existen reacciones de los miembros concurrentes o paralelas, o algunas de las componentes forman un mecanismo de colapso.

Una estructura es inestable si las reacciones no son suficientes para determinar las ecuaciones de equilibrio, o existen reacciones de los miembros concurrentes o paralelas, o algunas de las componentes forman un mecanismo de colapso.

Si analizamos un elemento plano que puede trasladarse horizontalmente, verticalmente y girar en el plano, se dice que tiene tres grados de libertad. Para evitar estos movimientos se restringen dichos grados de libertad, utilizando dispositivos de vinculación (apoyos) mencionados anteriormente.

Las restricciones para evitar todos los posibles movimientos y quitarle al elemento sus tres de grados de libertad son:

- Con tres deslizantes
- Con un apoyo simple (rótula) y un apoyo deslizante
- Con un empotramiento.

En todos estos casos aparecen 3 reacciones de vínculo. Este tipo de estructura se denomina **Isostática o estáticamente determinada** y sucede cuando tengo **n** restricciones de vínculo y por lo tanto **n** reacciones. La estática siempre nos debe proveer de **n** ecuaciones de equilibrio para determinar las **n**, incógnitas.

e: número de ecuaciones.

r: número de reacciones

Estructura isostática $r - e = 0$

En general para los apoyos, las incógnitas están dadas por las condiciones de apoyo o **restricciones** que existan para su libre movimiento. Es decir, el número de reacciones que presenten, tal como lo muestra la ecuación anterior.

Cuando el número **r** de restricciones de vínculo exceden el número **n** de grados de libertad de la estructura nos encontramos con una estructura **hiperestática**.

Estructura Hiperestática.

Se llama grado de hiperestaticidad a la diferencia $r - e$.

$$GH = r - e$$

Muy por el contrario cuando la cantidad de restricciones es menor que el número de grados de libertad del sistema lo denominamos **mecanismo**. Ello porque no se logra fijar completamente la estructura.

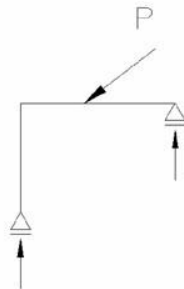
ESTRUCTURAS INESTABLES.

Para garantizar el equilibrio de una estructura o de sus miembros, no solo es necesario que se satisfagan las ecuaciones de equilibrio, sino también que sus miembros estén apropiadamente soportados o restringidos por sus apoyos. Pueden presentarse dos situaciones en que las condiciones de restricción apropiada no se cumplen:

Restricciones Parciales: Es cuando una estructura o uno de sus miembros tiene menos reacciones que ecuaciones.

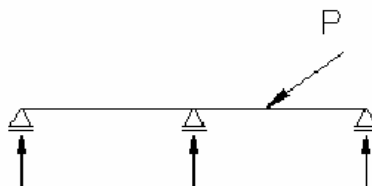
$r < 3n$, n: número de miembros

r: número de reacciones

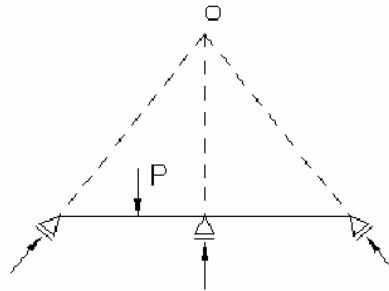


$$r \geq 3 \cdot n \quad \rightarrow \quad 2 \geq 3 \cdot 1 \quad \rightarrow \quad 2 \geq 3 \quad \text{Sobran Ecuaciones.}$$

Restricciones Aparentes: Cuando existen tantas reacciones como ecuaciones, sin embargo debido a una restricción impropia de los apoyos puede desarrollarse una inestabilidad o movimiento de una estructura o de uno de sus miembros. Esto puede suceder cuando todas las reacciones en los apoyos concurren en un punto, o también en el caso que todas las reacciones sean paralelas.



$$r \geq 3 \cdot n \quad \rightarrow \quad 3 \geq 3 \cdot 1 \quad \rightarrow \quad 3 = 3 \quad \text{Pero la Fuerza P, lo desequilibra}$$



Los **sistemas isostáticos** son aquellos en los que se puede conocer los esfuerzos internos y las reacciones, sólo con las ecuaciones de equilibrio. En los **Sistemas Hiperestáticos** es necesario conocer además de ecuaciones de equilibrio ecuaciones de compatibilidad (características del material).

Ventajas de las estructuras hiperestáticas.

- Menores desplazamientos
- Mayor reserva de capacidad antes del colapso
- Material es mejor aprovechado
- Limitaciones constructivas:
Estructuras monolíticas (hormigón)
Rotulas y apoyos deslizantes son difíciles de materializar.
- Limitaciones de proyecto

Desventajas de las estructuras hiperestáticas.

- Métodos de cálculo agregan ecuaciones, generando diseños más largos
- Esfuerzos internos no sólo dependen de las reacciones, sino que también de los esfuerzos internos que sobran.
- Desplazamientos de los apoyos, defectos de fábrica y variaciones de temperatura también generan esfuerzos internos en la estructura.

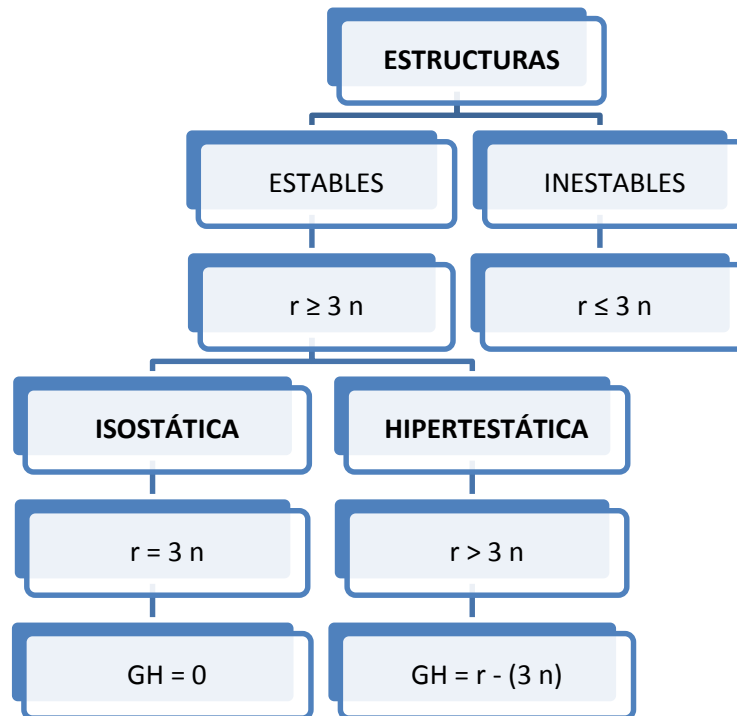
Resolución de estructuras Hiperestáticas.

Para resolver las estructuras hiperestáticas se requiere:

- Ecuaciones de equilibrio
- Ecuaciones Constitutivas: son aquellas que relacionan los esfuerzos con las deformaciones. La relación lineal entre el esfuerzo y la deformación es la más simple entre estas cantidades (Ley de Hooke).

- Ecuaciones de compatibilidad geométrica: Son los que relacionan los grados de libertad locales con los grados de libertad globales.

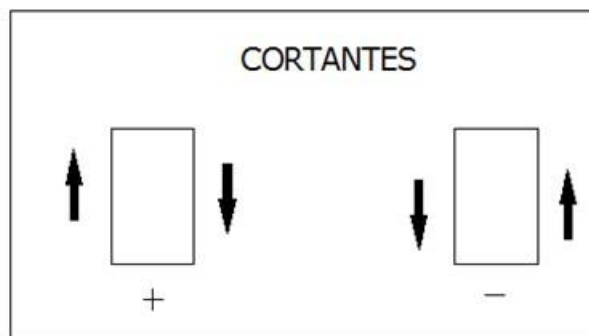
RESUMEN



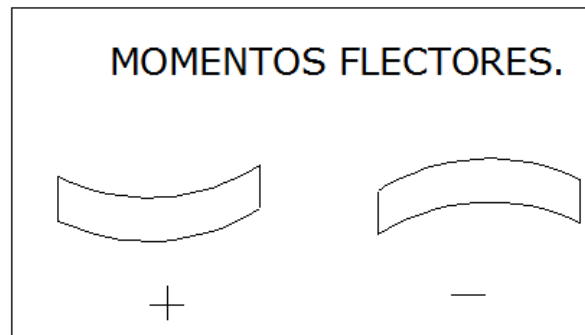
ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS DE MARCOS ISOSTÁTICOS E HIPERESTÁTICOS

Como convención se usa el sistema:

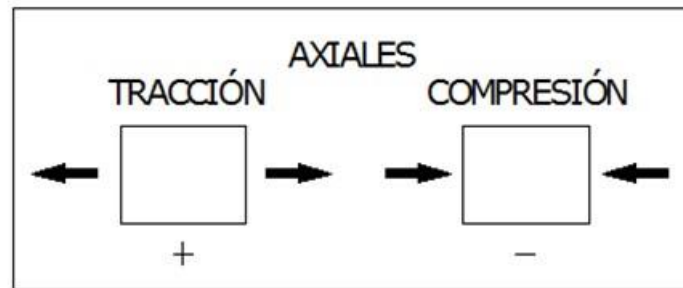
- **Cortante:** Las fuerzas cortantes positivas son aquellas que producen una rotación horaria del elemento.



- **Momento:** Los momentos positivos son aquellos que producen concavidad hacia arriba en el elemento horizontal o tracciones en la fibra inferior. Para elementos verticales esta convención se puede complicar un poco por lo tanto registrará el criterio de dibujar el diagrama de momentos para la cara traccionada.



- **Fuerza axial:** Se considera una fuerza axial positiva cuando ella implica tracción en el elemento.



Análisis de Estructuras Estáticamente Indeterminadas.

Al emplear un modelo para representar cualquier estructura, su análisis debe satisfacer tanto las condiciones de equilibrio como la compatibilidad de los desplazamientos en los nudos.

Los marcos de portal se usan con frecuencia sobre la entrada de puentes y como elemento principal en edificios para transferir fuerzas horizontales aplicadas en sus nudos superiores a la cimentación.

Los portales pueden estar soportados por pasadores, empotrados o empotrados parcialmente.

Los portales con dos soportes empotrados, son estáticamente indeterminados de tercer grado ya que tienen un total de seis incógnitas en los soportes y sólo tres ecuaciones de equilibrio.

Si los miembros verticales tienen igual longitud y sección transversal, el marco sufrirá deflexión. En este caso consideramos que los puntos de inflexión se presentan en los puntos medios de los tres miembros, por lo que insertamos articulaciones en estos puntos.

La estructura entonces pasa a ser una estructura estáticamente determinada y se pueden determinar las reacciones mediante las ecuaciones de equilibrio.

Cargas Laterales en Edificios.

Método del Portal.

El Marco de un Edificio se deflexiona de igual forma que un portal.

Por lo que para el análisis de marcos de edificios empotrados en su base, se requieren las siguientes hipótesis.

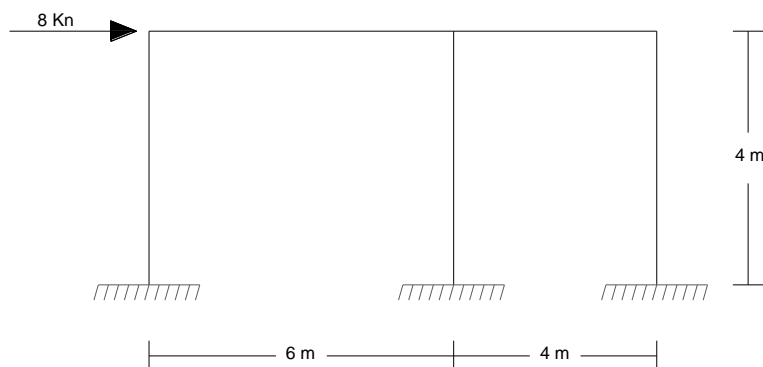
1. Se coloca una articulación en el centro de cada trabe, ya que se supone que en este punto el momento es cero.
2. Se coloca una articulación en el centro de cada columna, ya que se supone que este es un punto de momento es cero.
3. En un nivel de piso dado, la fuerza cortante en las articulaciones de columnas interiores es doble que en las articulaciones de columnas exteriores, ya que el marco se considera como una superposición de portales.

Estas hipótesis proporcionan una reducción adecuada del marco estáticamente indeterminado a uno estáticamente determinado y estable bajo carga.

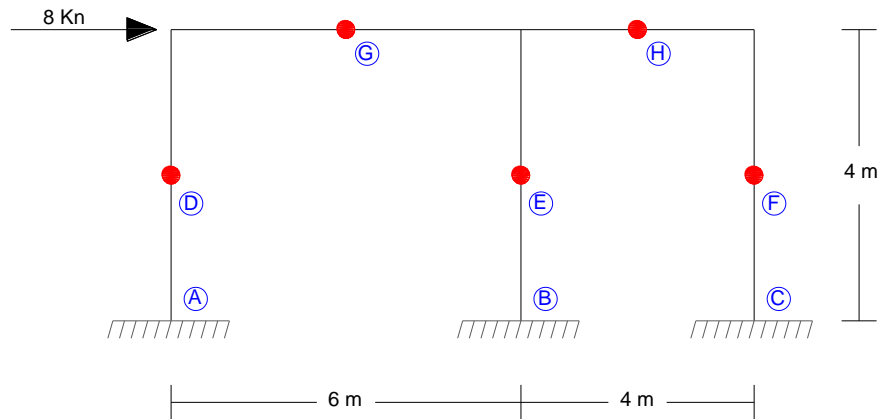
Este método es adecuado para edificios de baja elevación y estructuración uniforme.

Ejemplo:

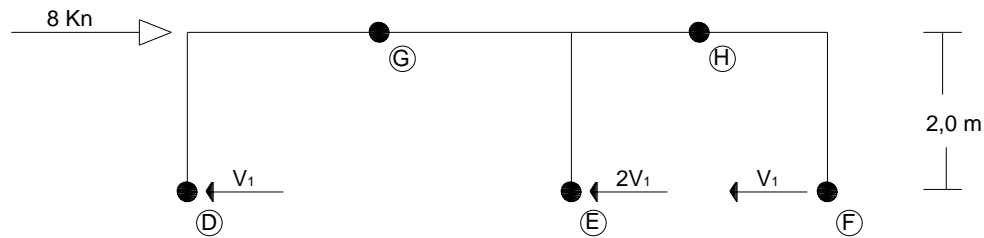
1.- Para la siguiente estructura, determinar las reacciones en las bases de las columnas del marco mostrado, y construir los gráficos de axial, cortante y momento.



Se aplican los principios del método del Portal, insertando articulaciones en los centros de las vigas y de las columnas.



Luego se realizan los diagramas de cuerpo libre para determinar las fuerzas cortantes en las columnas.

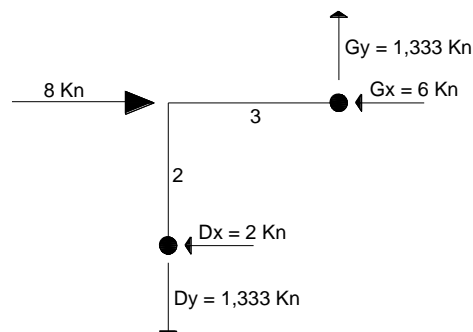


$$\sum F_x = 0$$

$$8kN - 4V_1 = 0$$

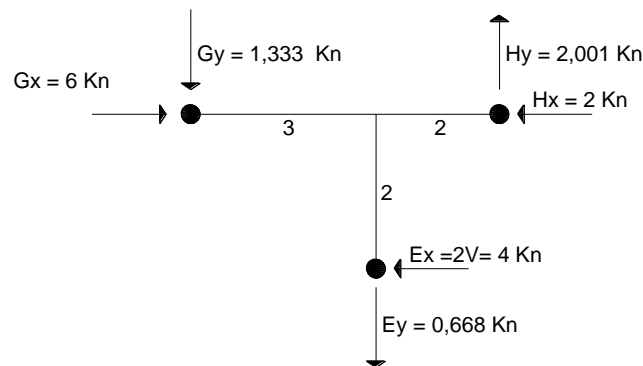
$$V_1 = \frac{8kN}{4} = 2kN$$

Cuerpo Libre "DG"



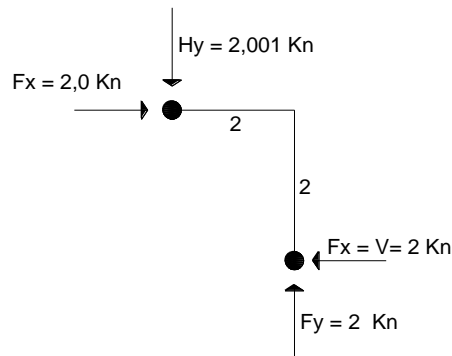
$\sum F_X = 0$ $8\text{ kN} - 2\text{ kN} - G_X = 0$ $G_X = 6\text{ kN}$	$\sum M_L = 0$ $(2\text{ kN} * 2,0\text{ m}) - (D_Y * 3\text{ m}) = 0$ $D_Y = \frac{(2\text{ kN} * 2,0\text{ m})}{3\text{ m}}$ $D_Y = 1,333\text{ kN}$	$\sum F_Y = 0$ $D_Y = G_Y = 1,333\text{ kN}$
--	--	--

Cuerpo libre "GHE"

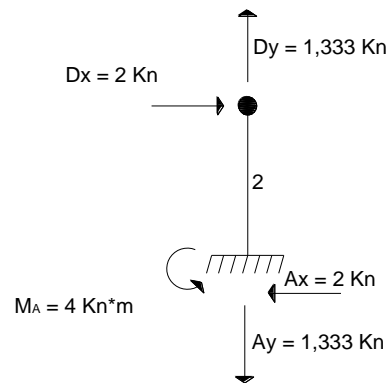


$\sum F_X = 0$ $6\text{ kN} - 4\text{ kN} - H_X = 0$ $H_X = 2\text{ kN}$	$\sum M_H = 0$ $(4\text{ kN} * 2\text{ m}) - (1,333\text{ kN} * 5\text{ m}) - (E_Y * 2\text{ m}) = 0$ $E_Y = \frac{(8\text{ kNm}) - (6,665\text{ kNm})}{2\text{ m}}$ $E_Y = 0,668\text{ kN}$	$\sum F_Y = 0$ $H_Y - 1,333\text{ kN} - 0,668\text{ kN} = 0$ $H_Y = 2,001\text{ kN}$
--	--	--

Cuerpo libre "HF"

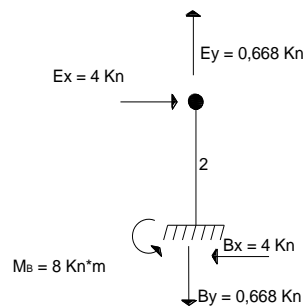


Cuerpo libre "AD"



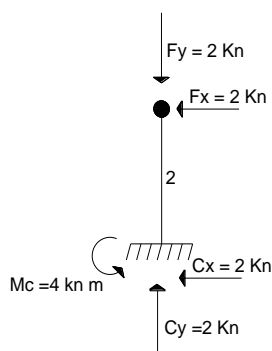
$\sum F_Y = 0$ $D_Y - A_Y = 0$ $A_Y = 1,333 \text{ kN}$	$\sum M_A = 0$ $(2 \text{ kN} * 2 \text{ m}) - (M_A) = 0$ $M_A = 4 \text{ kNm}$
---	---

Cuerpo libre "BE"



$\sum F_Y = 0$ $E_Y - B_Y = 0$ $B_Y = 0,668 \text{ kN}$	$\sum M_B = 0$ $(4 \text{ kN} * 2 \text{ m}) - (M_B) = 0$ $M_B = 8 \text{ kNm}$
---	---

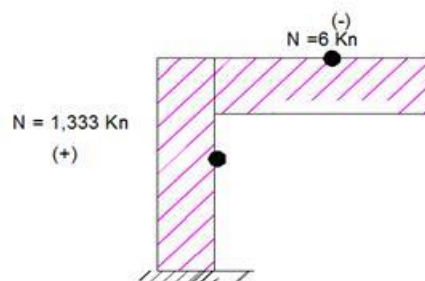
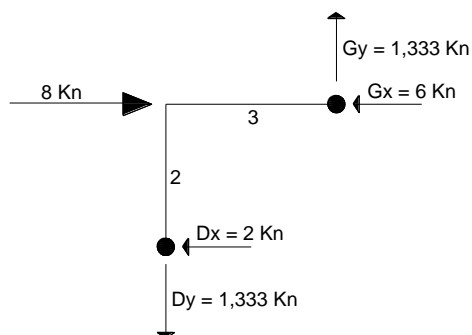
Cuerpo libre "CF"



$\sum F_Y = 0$ $C_Y - F_Y = 0$ $C_Y = 2 \text{ kN}$	$\sum M_C = 0$ $(2 \text{ kN} * 2 \text{ m}) - (M_C) = 0$ $M_C = 4 \text{ kNm}$
---	---

Ejemplo al analizar el diagrama de cuerpo libre "DG".

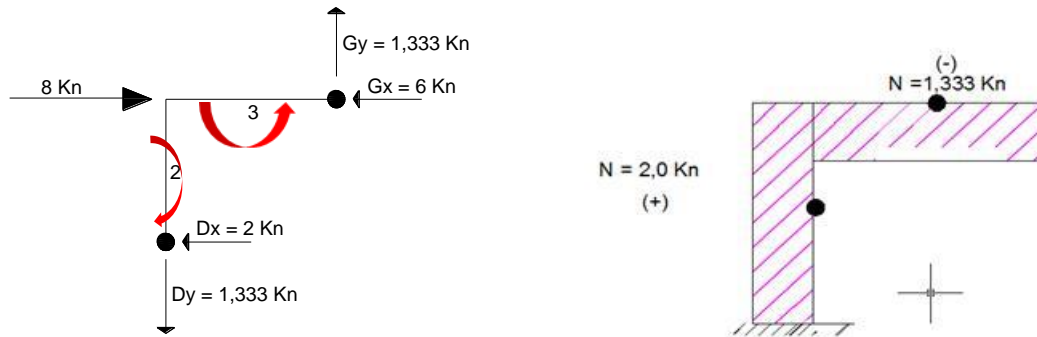
Fuerza Axial.



Al analizar las fuerzas axiales, observamos que la fuerza G_x produce una compresión en la barra superior, por lo que su signo es negativo y tiene un valor de 6 kn.

Por otro lado la fuerza D_y está produciendo una fuerza de tracción en la otra barra, por lo que su signo es positivo y tiene un valor de 1,333 kn.

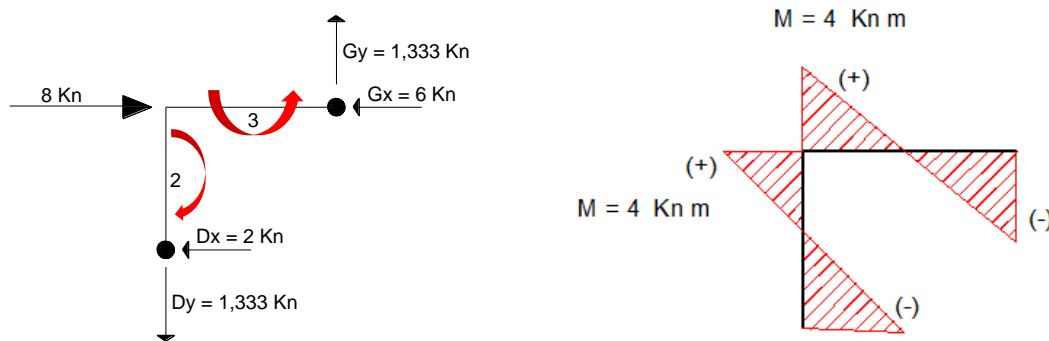
Fuerza Cortante.



Al analizar las fuerzas cortantes observamos que en la barra superior, la fuerza G_y , produce el corte pero su sentido es contrario a las manecillas del reloj, por lo que de acuerdo al criterio de signos produce cortante negativo con un valor de 1,333 kn.

En la barra vertical, ahora quien produce corte es la fuerza D_x , y podemos observar que produce un momento en el sentido de las manecillas del reloj por lo que el cortante es positivo, con un valor de 2 kn.

Momento Flector.



Al analizar el momento observamos que en la barra superior, la fuerza cortante G_y produce un momento y genera una deflexión hacia arriba de la barra, por lo que el momento de acuerdo al criterio de signos se considera positivo en ese lado de la barra y tiene un valor de 4 kN m, al otro lado de la barra el momento será negativo y con el mismo valor.

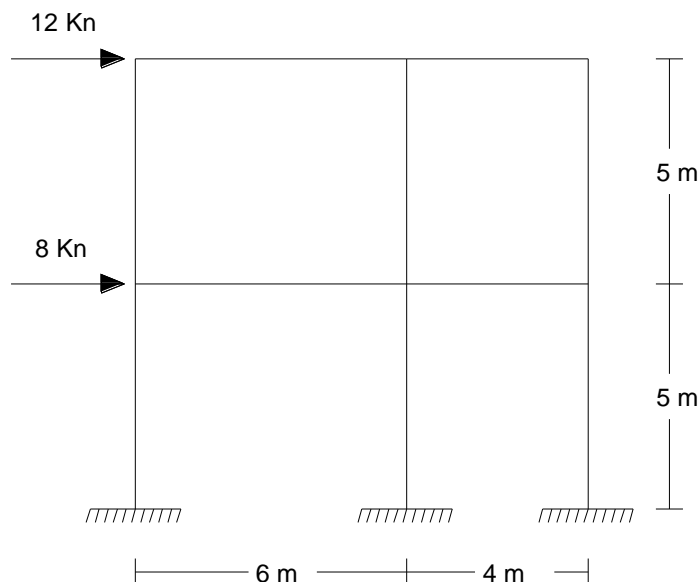
En cuanto a la otra barra la fuerza cortante que realiza momento es D_x , y de igual forma observamos que produce una deflexión hacia arriba de la barra, por lo que el momento de acuerdo al criterio de signos se considera positivo en ese lado de la barra y tiene un valor de 4 kN m, al otro lado de la barra el momento será negativo y con el mismo valor.

Tarea.

Construir los diagramas, para el resto de las barras.

3. DESARROLLO

Para la siguiente estructura, determine las reacciones en las bases y construya los diagramas de axial, cortante y mometo.



4. INSUMOS

Materiales.	Unidad.	Cantidad.	# Alumnos.
Papel Bond	resma	0,25	20

5. EQUIPAMIENTO

Equipos.	CANTIDAD	N° MAX ALUMNOS
Data Show.	1	20
Computador	1	20

6. BIBLIOGRAFÍA

- <http://estructuras.eia.edu.co/estructuras/conceptos%20fundamentales/conceptos%20fundamentales.htm>
- Francisca Jorquera Montero, Apuntes de INACAP.
- Cátedra de ANÁLISIS ESTRUCTURAL "I", Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Santa Fe.
- Análisis Estructural, 8va Edición R. C. Hibbeler.